1. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Soustavy lineárních rovnic. Soustavy nehomogenní a homogenní. Zápis a geometrická interpretace řešení soustavy lineárních rovnic pokud má jedno, nekonečně mnoho nebo žádné řešení. Uveďte konkrétní příklady soustav s těmito scénáři řešení. Matice soustavy. Rozšířená matice soustavy. Frobeniova věta. Regulární soustavy lineárních rovnic.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Rozhodněte o lineární závislosti vektorů* $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (-2, 1, 1)$, $\vec{c} = (4, -1, 3)$.

---

2. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Vektorový prostor. Vektor a jeho význam v geometrii. Vektorový prostor. Vektorový podprostor. Lineární kombinace vektorů. Lineární závislost a nezávislost vektorů. Dimenze vektorového prostoru (podprostoru).

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Vypočtěte inverzní matici k maticím A a B:*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

---

3. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Báze vektorového prostoru. Lineární obal množiny vektorů. Množina generátorů vektorového prostoru. Báze vektorového prostoru. Dimenze vektorového a bodového prostoru. Souřadnice vektoru vzhledem k bázi. Afinní soustava souřadnic, myšlenka jejího zavedení. Kartézská soustava souřadnic.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Pro níže uvedenou matici A vypočítejte následující determinanty:* $\det(A)$, $\det(A^T)$, $\det(A^{-1})$, $\det(5A)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Matice. Typ matice. Prvky matice. Zápis matice. Transponovaná matice. Hlavní druhy matic (obdélníková, čtvercová, diagonální, jednotková, symetrická, antisymetrická, trojúhelníková, nulová). Hodnost matice. Inverzní matice.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Napište Cayleyho tabulku pro binární operaci $\star$ na množině $M = \{0, 1, 2, 3\}$: $a \star b = z$, kde z je zbytek dělení $\frac{a+b}{4}$ (sčítání modulo 4).*

---

5. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Operace s maticemi. Rovnost matic. Násobení matice reálným číslem. Sčítání a odčítání matic. Opačná matice. Vlastnosti operací sčítání matic a násobení matice skalárem. Násobení matic a jeho vlastnosti. Jednotková matice. Může být nějaká množina matic spolu s operací sčítání (násobení) matic grupou?

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Vypočtěte determinant matice L:*

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

---

6. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Hodnost matice. Hodnost matice. Úpravy neměnící hodnost matice. Gaussova eliminace. Gaussův tvar matice. Určení hodnosti matice. Gaussova-Jordanova eliminace. Uveďte alespoň dva příklady využití Gaussovy eliminace.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Proveďte pravdivostní ohodnocení výrokové formule:*

$$\neg(A \land B) \Leftrightarrow \neg A \lor \neg B.$$

7. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Determinant matice. Definice determinantu. Aplikace determinantu. Na příkladu determinantů matic druhého a třetího stupně vysvětlete obsah definice tohoto pojmu. Jak můžeme využít determinant při výpočtu obsahu trojúhelníku? Cramerovo pravidlo.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Množina* $M = \{(1,1,1),(0,1,1),(0,0,1),(1,2,3)\}$ *je tvořena čtyřmi vektory z vektorového prostoru* R^3. *Pokud jsou lineárně závislé, najděte aspoň jednu jejich netriviální lineární kombinaci, která je rovna nulovému vektoru.*

---

8. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Věta o rozvoji determinantu. Výpočet determinantu matice 4. a vyššího stupně. Vlastnosti determinantu. Algebraický doplněk prvku matice. Rozvoj determinantu. Cramerovo pravidlo.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Znázorněte binární relaci* R *na množině* $\{1,2,3\}$, *je-li*

$$R = \{[1,2],[1,3],[2,1],[1,1],[2,3],[3,2]\};$$

a) kartézským grafem, b) uzlovým grafem.

---

9. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Inverzní matice. Metody výpočtu inverzní matice. Adjungovaná matice. Vztah pro výpočet inverzní matice pomocí matice adjungované. Souvislost s větou o rozvoji determinantu.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Množina* $M = \{(1,1),(2,3)\}$ *je bází vektorového prostoru* R^2. *Určete souřadnice* $\vec{u}_M$ *vektoru* $\vec{u}$ *vzhledem k této bázi, znáte-li jeho souřadnice* $\vec{u} = (7,12)$ *vzhledem ke kanonické bázi* $\{(1,0),(0,1)\}$.

---

10. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Algebraické struktury. Vysvětlete pojem operace na množině. Uveďte vlastnosti algebraických struktur grupa a těleso. Uveďte konkrétní příklady.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Následující soustavu řešte užitím Cramerova pravidla:*

$$\begin{aligned} -x + 2y &= 2 \\ x + y &= -1 \end{aligned}$$

---

11. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Logické operace. Vyjmenujte logické spojky a uveďte tabulky jejich pravdivostních hodnot. Uveďte příklad tautologie. Čím se zabývá predikátový počet? Uveďte příklady predikátových formulí s obecným i existenčním kvantifikátorem. Jaké jsou jejich negace?

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Jsou dány vektory* $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (0, 1, 1)$, $\vec{v}_3 = (0, 0, 1)$ *a* $\vec{v}_4 = (0, 2, 1)$. *Rozhodněte, zda lze každý z nich vyjádřit jako lineární kombinaci těch zbývajících.*

---

12. TEORETICKÁ ČÁST (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte jednoduché konkrétní příklady a buďte připraveni svými slovy objasnit podstatu příslušných definic a vět.*)

Relace na množině. Vysvětlete pojmy kartézský součin množin a relace na množině, uveďte příklady a ilustrujte jimi různé způsoby znázornění relace. Uveďte vlastnosti a konkrétní příklady relací ekvivalence a uspořádání.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Řešte v* R^3 *soustavu lineárních rovnic*

$$\begin{aligned} 4x + 3y + 2z &= 1, \\ x + 3y + 5z &= 1, \\ 3x + 6y + 9z &= 2. \end{aligned}$$

.
