Kvadratická rovnice

Roman Hašek

29. dubna 2021

1 Pojem kvadratická rovnice

1.1 Definice kvadratické rovnice

Kvadratickou rovnicí s neznámou x rozumíme každou rovnici ve tvaru

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

kde $a, b, c \in R$ a $a \neq 0$. Reálná čísla a, b, c nazýváme *koeficienty* kvadratické rovnice. Pojem *kvadratická* odkazuje ke skutečnosti, že se jedná o algebraickou rovnici druhého stupně, tj. neznámá x se v ní musí vyskytovat ve druhé mocnině. Proto je požadováno, aby byl koeficient a různý od nuly. Pokud by byl roven nule, rovnice (1) by neobsahovala kvadratický člen a nebyla by proto kvadratická.

1.2 Souvislost s kvadratickou funkcí

Výrazem na levé straně rovnice (1), kterému říkáme *kvadratický trojčlen*, je

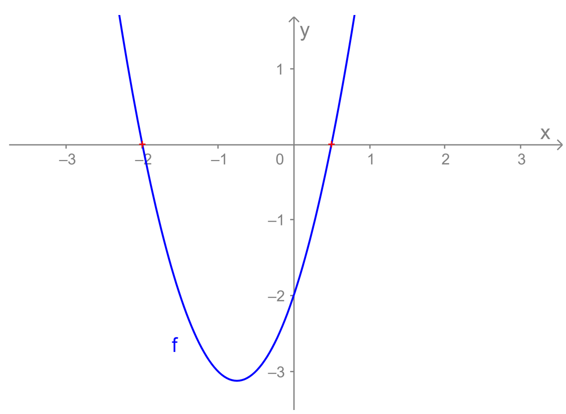

Figure 1: Graf kvadratické funkce $f : y = 2x^2 + 3x - 2$

definována *kvadratická funkce*, která je dána předpisem

$$f : y = ax^2 + bx + c. \tag{2}$$

Grafem kvadratické funkce je parabola, viz Obr. 1. Její průsečíky s osou x odpovídají kořenům rovnice (konkrétně se jedná o $x-$ové souřadnice těchto průsečíků). Graf kvadratické funkce tak může být využit k znázornění řešení odpovídající kvadratické rovnice. Z možných poloh paraboly grafu vzhledem k ose x pak snadno odvodíme, jaké jsou možné počty řešení kvadratické rovnice. Jsou to buď dva kořeny, nebo jeden kořen, tzv. dvojnásobný, nebo žádný kořen, když nemá parabola s osou x společný žádný bod.

2 Řešení kvadratické rovnice

Hodnoty kořenů kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ jsou dány výrazem

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \tag{3}$$

Výraz $b^2 - 4ac$ nazýváme *diskriminant* a značíme ho D, tj.

$$D = b^2 - 4ac. \tag{4}$$

Hodnota D rozhoduje o počtu řešení kvadratické rovnice, viz Tab. 1.

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
dva různé kořeny	jeden dvojnásobný kořen	žádný kořen
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$	$\emptyset$

Table 1: Řešení kvadratické rovnice

Pro úspěšné řešení úloh si uveďme několik zásad úspěšného řešení kvadratické rovnice:

- Rovnici upravíme na tvar (1)
- Vypočítáme diskriminant.

3 Závěr

Závěrem si řekněme, že vše potřebné o řešení kvadratických rovnic je uvedeno v [1]. Užitečné informace najdet také v článku Wikipedia: Quadratic equation a nebo na stránce `www.realisticky.cz`.

Literatura

[1] Polák, J. (2015). *Přehled středoškolské matematiky* (10. vydání). Prometheus.

[2] Alexander, O., & Gerhard, W. (2012). *Geometry by Its History* (1st ed.). Springer-Verlag.