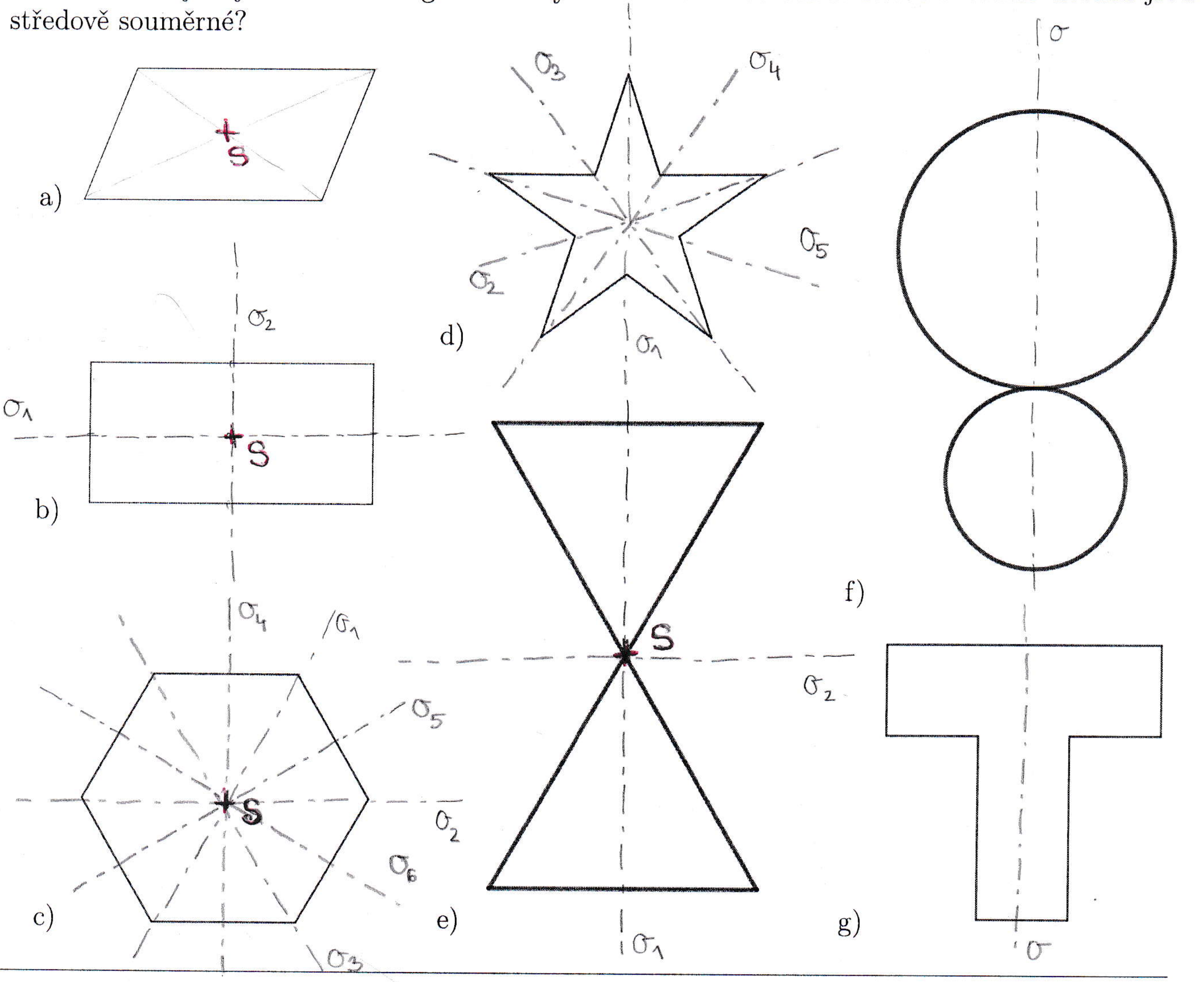
Shodná zobrazení v rovině

1. Určete všechny osy souměrnosti geometrických útvarů na obrázku. Které z těchto útvarů jsou středově souměrné?



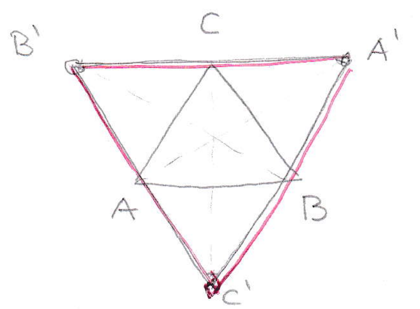
2. Podle předchozí úlohy odpovězte na otázky:

   a) Může být středově souměrný útvar, který není osově souměrný? ANO, viz 1a)

   b) Může být středově souměrný útvar, který má lichý počet os souměrnosti? NE

   c) Může být středově souměrný útvar, který má sudý počet os souměrnosti? ANO, viz 1b, c, e

3. Narýsujte rovnostranný trojúhelník ABC. Sestrojte body A', B', C' osově souměrné k bodům A, B, C podle přímek BC, CA, AB. Jaký konvexní útvar určují body A, C', B, A', C, B'?



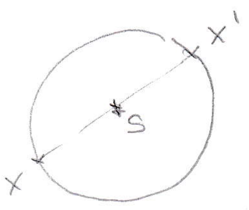
Jedná se o rovnostranný trojúhelník (při správném rýsování)

4. Které kružnice jsou samodružné

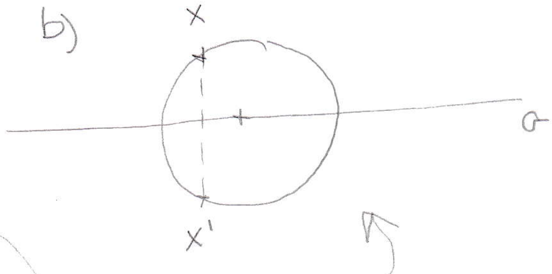
a) ve středové souměrnosti S_S, Kružnice se středem v S (je středem soum.)

b) v osové souměrnosti O_o? Kružnice se středem na ose o

Ad a)



b)



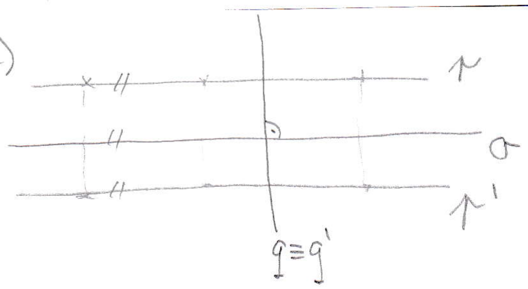
bod kružnice se zobrazí zase na bod té samé kružnice

5. Pro které přímky jsou vzor a obraz rovnoběžné přímky

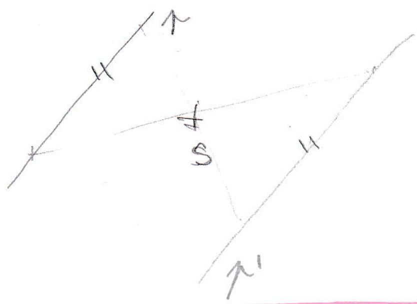
a) v osové souměrnosti, Pro přímky rovnoběžné s osou soum. nebo na ní kolmé

b) ve středové souměrnosti? Pro všechny! Stř. soum. má samodružné všechny směry

Ad a)



b)



6. Sestrojte obraz daného bodu A, daného trojúhelníku ABC, přímky p

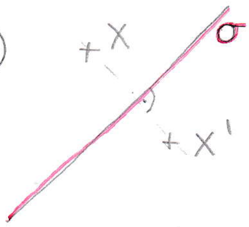
a) v osové souměrnosti dané involutorní dvojicí bodů XX',

b) ve středové souměrnosti dané involutorní dvojicí bodů XX',

c) v posunutí daném dvojicí bodů "obraz-vzor" XX',

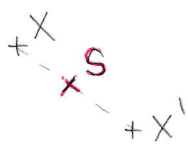
d) v otočení daném středem souměrnosti a orientovaným úhlem.

Ad a)



Osu souměrnosti najdeme jako osu úsečky XX'

b)

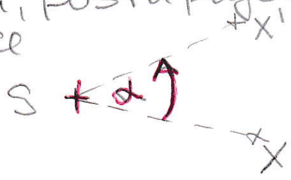


Střed souměrnosti najdeme jako střed úsečky XX'

c)

Směr a velikost posunutí jsou určeny orientovanou úsečkou $\overrightarrow{XX'}$

d) Jedná se o přímé zadání otočení, postupujeme dle definice



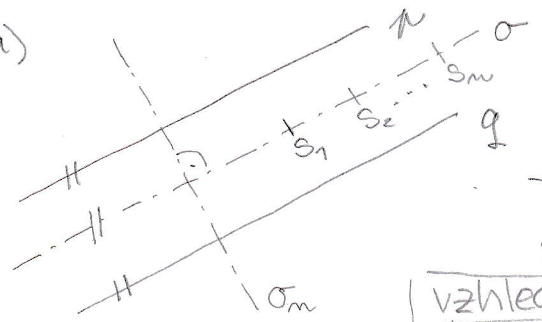
7. Kolik os souměrnosti (středů souměrnosti) má rovinný geometrický útvar, který je sjednocením

a) dvou rovnoběžných přímek p, g,

b) dvou kolmých přímek p, g?

Určete je.

Ad a)

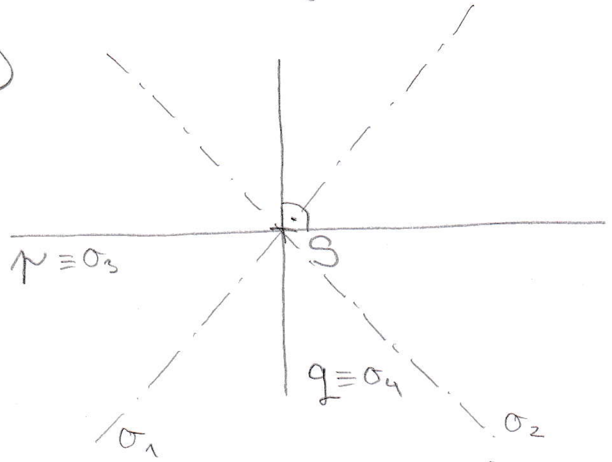


Dvě rovnoběžné přímky ohraničují část roviny, které říkáme pás rovnoběžek. Tento pás má zřejmou osu souměrnosti o, tzv. osu pásu, vzhledem k nekonečnosti přímek p, g ale můžeme jako jejich osu souměrnosti uvažovat každou přímku o_m, která je na ně kolmá.

Os souměrnosti daného útvaru je proto nekonečně mnoho, přitom jedna z nich je osou pásu a ostatní jsou kolmé na dané rovnoběžky.

Středů souměrnosti má daný útvar také nekonečně mnoho, jsou to všechny body S_m na ose pásu o.

b)

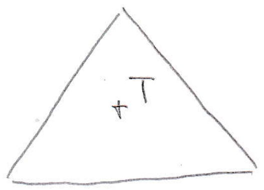


Daný útvar má 4 osy souměrnosti. Dvě z nich, o_1 a o_2, jsou osami úhlů, které přímky svírají, zbývající dvě, o_3 a o_4, jsou totožné s danými přímkami p a g.

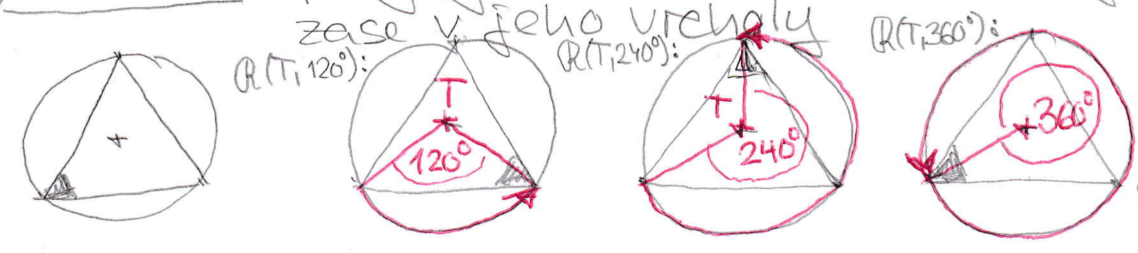
Střed souměrnosti má tento útvar jeden. Jedná se o průsečík přímek p, g; $S = p \cap g$.

---

8. Při kterých rotacích přejde sám v sebe (reprodukuje se) rovnostranný trojúhelník (uvažujte pouze rotace kolem těžiště daného trojúhelníku.

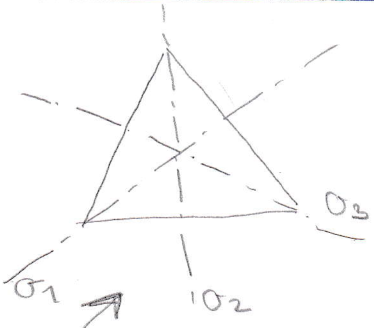


Rovnostrannému trojúhelníku lze opsat kružnici, jejímž středem je právě jeho těžiště. Pak si můžeme snadno představit rotační pohyby kolem T, v nichž vrcholy $\triangle$ přechází zase v jeho vrcholy.



Poslední rotace $R(T, 360°)$ je zjevně totožná s identitou

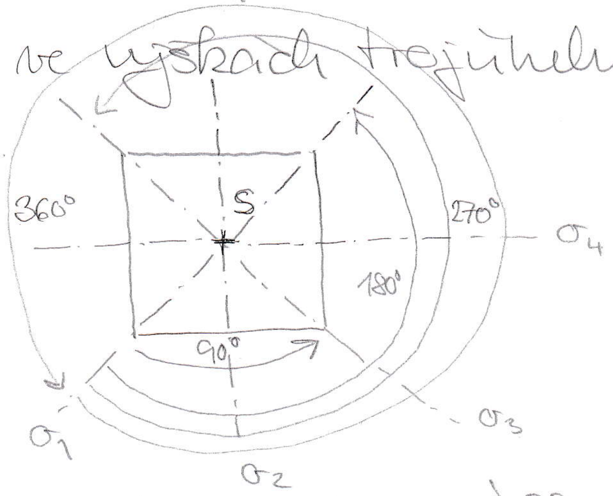
9. Je dán rovnostranný trojúhelník. Určete všechna zobrazení, která ho reprodukují. Řešte úlohu pro daný čtverec a daný obdélník.



Zobrazeními, která daný objekt reprodukují, rozumíme taková zobrazení, v nichž se útvar zobrazí <u>sám na sebe</u> (označení vrcholů nehraje roli)

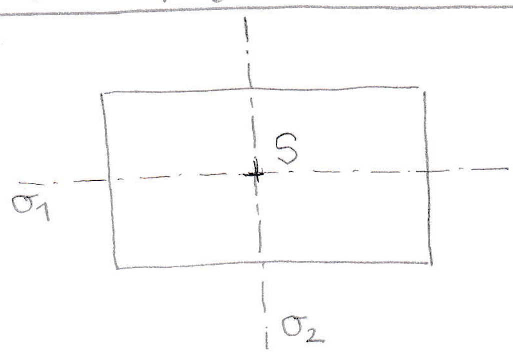
- <u>Pro rovnostranný trojúhelník</u> jsou to <u>tři rotace kolem těžiště</u> (středu kružnice opsané), viz řešení příkladu 8, a <u>tři osové souměrnosti</u> s osami ve výškách trojúhelníku, viz obrázek.

- <u>Pro čtverec</u>



Pro čtverec jsou to <u>čtyři osové souměrnosti</u> s osami o_1, o_2, o_3, o_4, viz obrázek, <u>čtyři rotace kolem středu</u> čtverce S (průsečík úhlopříček) o úhly postupně 90°, 180°, 270° a 360° (identita) a potom ještě <u>středová souměrnost dle bodu S</u>, viz obr.

- <u>Pro obdélník</u>



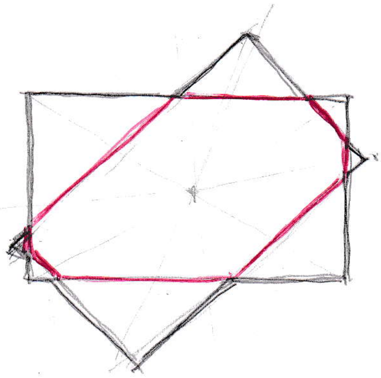
Pro obdélník jsou to <u>dvě osové souměrnosti</u> s osami o_1, o_2, viz obrázek, a <u>jedna středová souměrnost</u> dle bodu S. Také můžeme uvažovat rotace o 180° a 360° kolem S, ale ta první je ekvivalentní se středovou souměrností S(S) a ta druhá s identitou J.

10. Narýsujte obdélník a otočte ho kolem jeho středu o úhel velikosti 45°. Jaký geometrický útvar je

a) sjednocením,

b) průnikem obou obdélníků?

Ad a) sjednocením je nekonvexní šestnáctiúhelník, viz černá čára v obrázku



Ad b) průnikem je konvexní osmiúhelník, viz červená čára v obrázku

RH