

**1. Okruh polynomů. Obor integrity polynomů.** Uveďte definici okruhu a oboru integrity. Uveďte příklady. Porovnejte funkční a algebraickou definici polynomu (stupeň polynomu, rovnost, sčítání a násobení polynomů). Popište vztah mezi okruhem polynomů  $O_I(x)$  jedné proměnné  $x$  a oborem integrity polynomů  $I[x]$  jedné neurčité  $x$ . Za jaké podmínky jsou tyto struktury vzájemně izomorfní?

**2. Algebraická rovnice.** Vysvětlete následující pojmy a každý ilustруйте příkladem: algebraická rovnice nad oborem integrity  $I$ , kořen (nulový bod) polynomu, algebraický prvek, transcendentní prvek. Vyslovte větu o dělitelnosti polynomů v oboru integrity.

**3. Bezoutova věta. Hornerovo schéma.** Vyslovte Bezoutovu větu. Odvoďte Hornerovo schéma a na jednoduchém příkladu ilustруйте možnosti jeho využití. Co to je Taylorův rozvoj polynomu?

**4. Vícenásobné nulové body polynomu.** Charakterizujte vícenásobný nulový bod polynomu. Jak ověříme násobnost kořene užitím Hornerova schématu? Jak poznáme násobnost kořenů? Jak odstraníme vícenásobné kořeny?

**5. Derivace polynomu.** Vysvětlete pojem charakteristika oboru integrity. Definujte derivaci polynomu. Jaká je souvislost derivace polynomu s Hornerovým schématem? Co rozumíme pojmem Taylorův rozvoj polynomu?

**6. Největší společný dělitel polynomů.** Popište Eukleidův algoritmus pro určení NSD dvou polynomů. Vysvětlete roli NSD dvou polynomů při odstraňování vícenásobných nulových bodů polynomu.

**7. Celočíselné a racionální kořeny polynomu.** Vysvětlete, jak postupujeme při určování racionálních (celočíselných) kořenů polynomů s celočíselnými koeficienty. Naznačte důkaz využívané vlastnosti racionálních kořenů. Jak můžeme postup ověřování možných kořenů značně urychlit? Uveďte větu, kterou při tom využíváme.

**8. Základní věta algebry.** Vyslovte základní větu algebry. Dokažte, co z této věty vyplývá pro počet kořenů polynomu  $n$ -tého stupně nad tělesem komplexních čísel. Charakterizujte ireducibilní prvky v  $C[x]$  a v  $R[x]$ .

**9. Vietovy vzorce. Obor integrity polynomů  $n$  neurčitých.** Uveďte Vietovy vzorce pro normovaný polynom stupně 2 a 3 a pro obecný polynom v normální tvaru stupně  $n$ . Vysvětlete princip vybudování oboru integrity polynomů více neurčitých. Vysvětlete a na příkladech ilustруйте tyto pojmy: člen polynomu, koeficient polynomu, výška členu polynomu, stupeň členu polynomu, stupeň polynomu, polynom v normálním tvaru, vedoucí člen polynomu.

**10. Symetrické polynomy.** Co rozumíme provedením permutace na polynom? Definujte symetrický polynom. Uveďte příklad. Objasněte pojem jednoduchý symetrický polynom o  $n$  neurčitých a vysvětlete princip zápisu těchto polynomů. Naznačte důkaz toho, že množina všech symetrických polynomů z určitého oboru integrity tvoří opět (pod)obor integrity.

**11. Hlavní věta o symetrických polynomech.** Co rozumíme pod pojmem elementární symetrické polynomy? Uveďte hlavní větu o symetrických polynomech. Jaký vedoucí člen má polynom, který vznikne vynásobením konečného počtu elementárních symetrických polynomů. Jak můžeme elementární symetrické polynomy využít při vytváření symetrických polynomů? Co to jsou Newtonovy vzorce?