

## Odhady polohy kořenů algebraických rovnic

**38.** Proveďte odhad polohy kořenů pro následující algebraické rovnice:

a)  $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ ,

b)  $6x^3 - x^2 - 4x - 1 = 0$ .

**39.** Dokažte, že rovnice  $-2x^5 + 4x = 1$  má řešení v intervalu  $(0, 1)$ .

**40.** Dokažte, že nezávisle na velikosti  $b$  nemůže mít polynom  $x^3 - 3x + b$  v intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$  více než jeden kořen.

**41.** Dokažte, že polynom  $5x^4 - 4x + 1$  má kořen mezi 0 a 1.

## Separace reálných kořenů polynomu

**42.** Proveďte separaci kořenů polynomu  $g(x) = 3x^3 - 9x^2 - 8x - 1$ .

**43.** Proveďte separaci kořenů polynomu  $f(x) = 5x^3 + 2x^2 - 3x + 3$ .

## Vybrané metody aproximace reálných kořenů

**44.** Proveďte aproximaci reálných kořenů polynomu  $g(x) = 3x^3 - 9x^2 - 8x - 1$ . Použijte a) metodu půlení intervalu, b) Newtonovu metodu, c) iterační metodu.

**45.** Metodou iterace vypočítejte  $\sqrt{2}$ .

*Nápověda: Použijte iterační funkci  $g(x) = \frac{1}{2}(x + \frac{2}{x})$ .*

## Cvičení

**C-21** U daných polynomů proveďte nejprve separaci reálných kořenů, potom kořeny aproximujte. Vyzkoušejte všechny uvedené aproximační metody (půlení intervalu, Newtonova metoda, iterační metoda):

a)  $2x^3 + x - 6$ ,

b)  $2x^2 - 6x - 3$ ,

c)  $5x^3 + 2x^2 - 3x + 3$ ,

d)  $3x^4 - 3x^3 + 5x^2 + 3x - 1$ ,

e)  $3x^3 - 7x^2 - 6x + 7$ ,

f)  $6x^3 - 9x^2 - 4x - 9$ ,

g)  $3x^3 - 9x^2 - 8x - 1$ ,

h)  $x^3 - 7x^2 + x + 7$ ,

i)  $7x^3 - 9x^2 + 4x + 6$ ,

j)  $5x^3 - x^2 - 4x + 5$ .

**C-22** Určete Newtonovu iterační funkci  $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$  pro:

a)  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ ,      b)  $g(x) = x^2(x - 1)$ . Vypočtete první tři iterace.