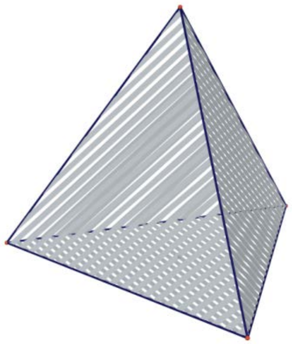
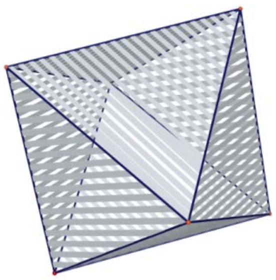
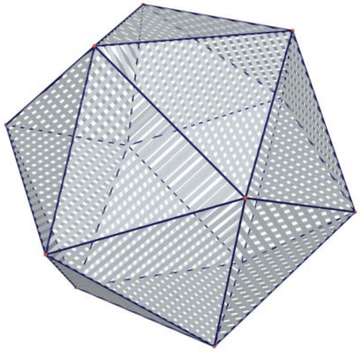
Pravidelné konvexní mnohostěny – Platónská tělesa



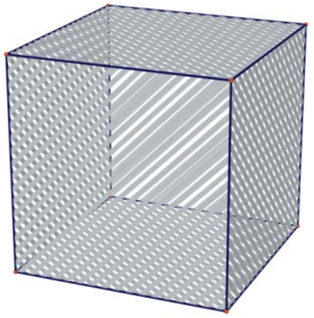
čtyřstěn (tetraedr)



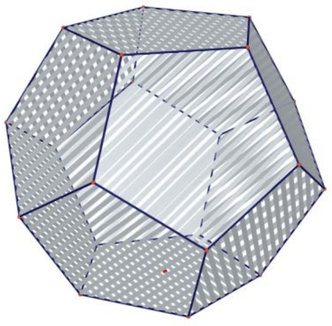
osmistěn (oktaedr)



dvacetistěn (ikosaedr)



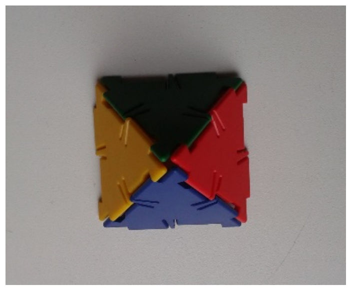
krychle (hexaedr)

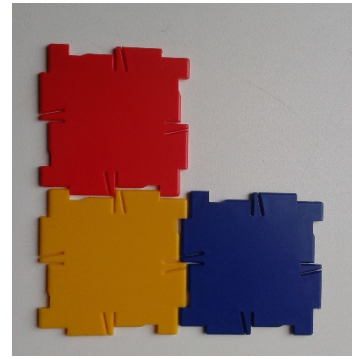
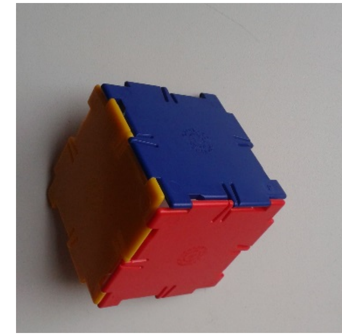


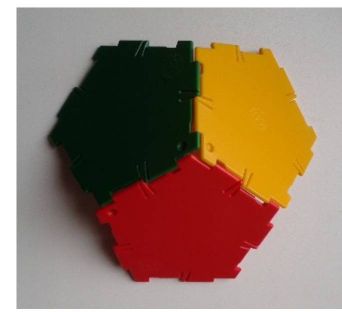
dvanáctistěn (dodekaedr)

Pravidelné konvexní mnohostěny – Platónská tělesa



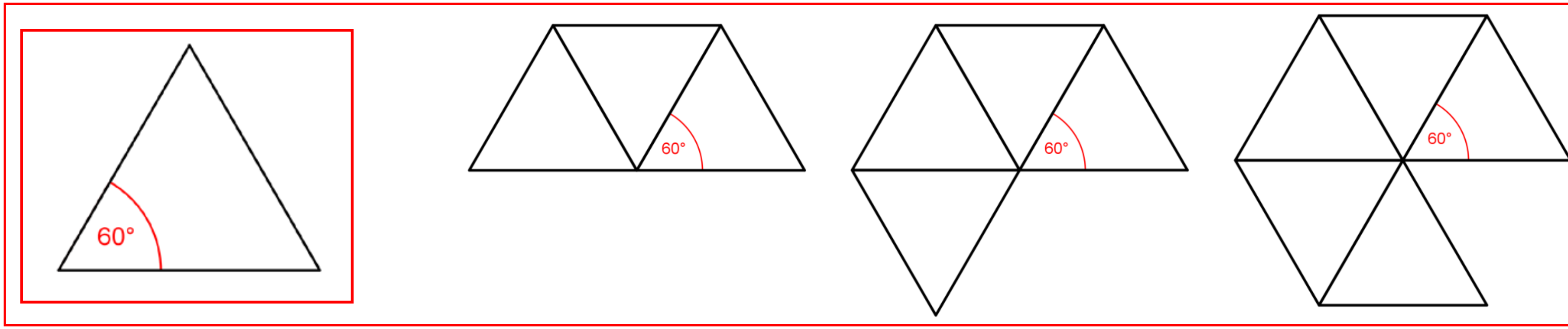



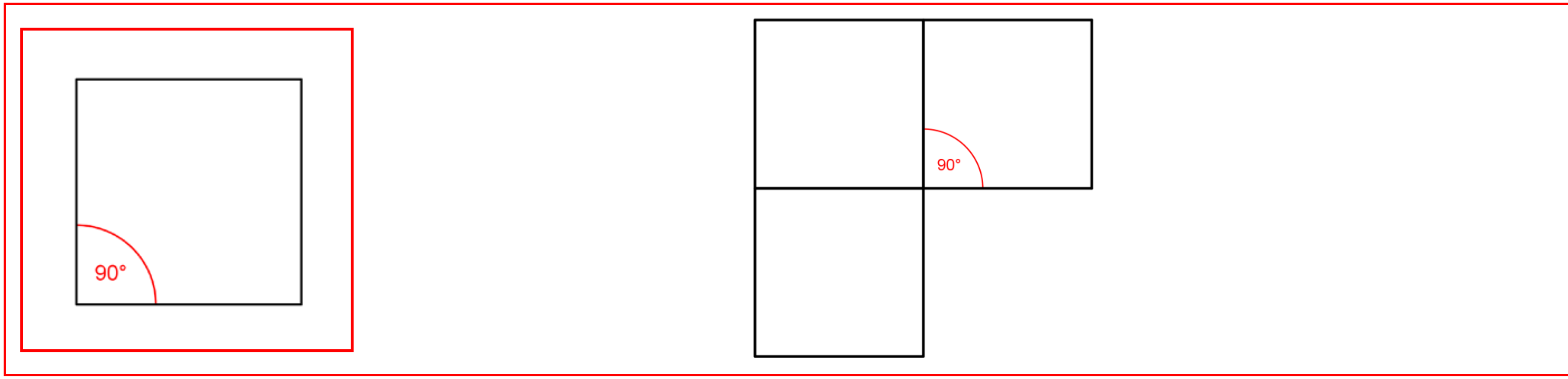




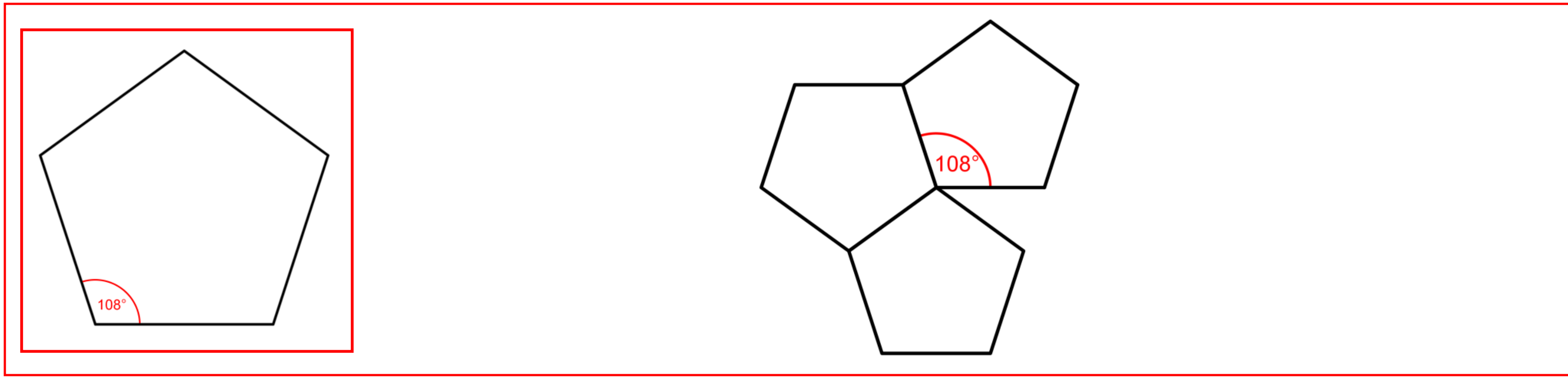




Počet pravidelných konvexních mnohostěnů





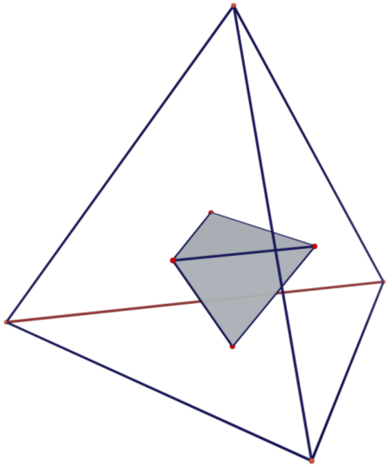
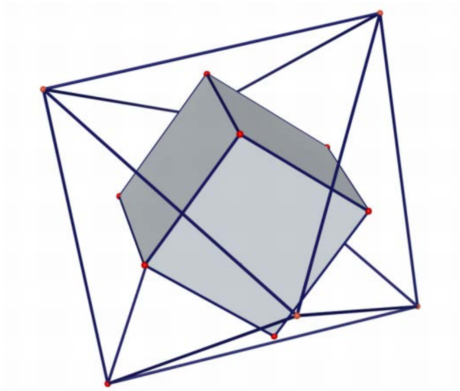
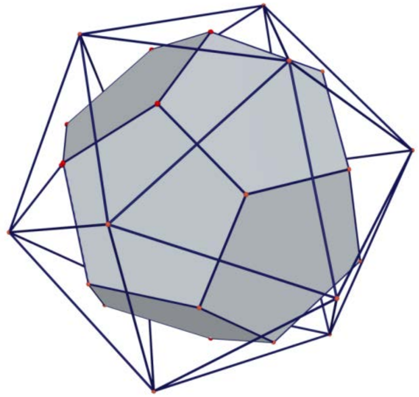


Eulerův vztah

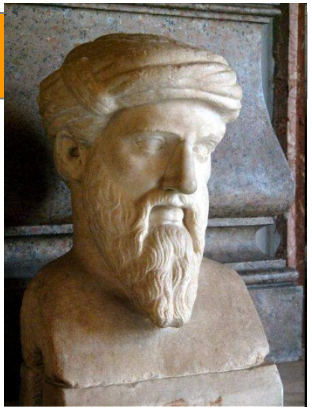
$$s + v - h = 2$$

MNOHOSTĚN	STĚNY (s)	VRCHOLY (v)	HRANY (h)
čtyřstěn (tetraedr)	4	4	6
krychle (hexaedr)	6	8	12
osmistěn (oktaedr)	8	6	12
dvanáctistěn (dodekaedr)	12	20	30
dvacetistěn (ikosaedr)	20	12	30

Duální mnohostěny

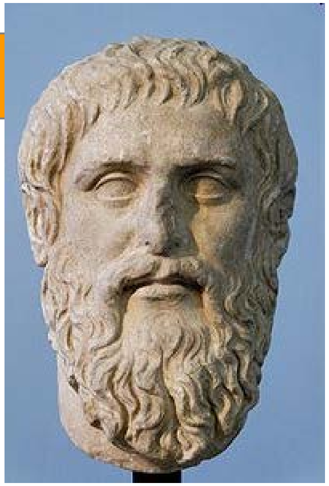
Pythagoras ze Samu (570 – 495 př.n.l)



Pythagorova škola – Pythagorovci
Není jisté, zda znali všechny pravidelné mnohostěny.
http://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras

Hyppasus (5. stol. př. n. l.)
člen Pythagorovců
dvě verze jeho smrti utopením – objevení iracionálních čísel nebo vepsání dvanáctistěnu kouli
http://en.wikipedia.org/wiki/Hippasus

Platón (424/423 – 348/347 př.n.l)



MNOHOSTĚN	s	v	h	elementem
čtyřstěn (tetraedr)	4	4	6	OHEŇ
krychle (hexaedr)	6	8	12	ZEMĚ
osmistěn (oktaedr)	8	6	12	VZDUCH
dvacetistěn (ikosaedr)	20	12	30	VODA
dvanáctistěn (dodekaedr)	12	20	30	VESMÍR

http://en.wikipedia.org/wiki/Plato, http://en.wikipedia.org/wiki/Platonic_solid

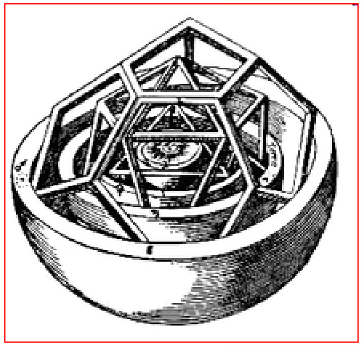
Theaetetus (417 – 369 př.n.l) - matematický popis pravidelných mnohostěnů. První důkaz, že jich je právě pět.
http://en.wikipedia.org/wiki/Theaetetus_%28mathematician%29

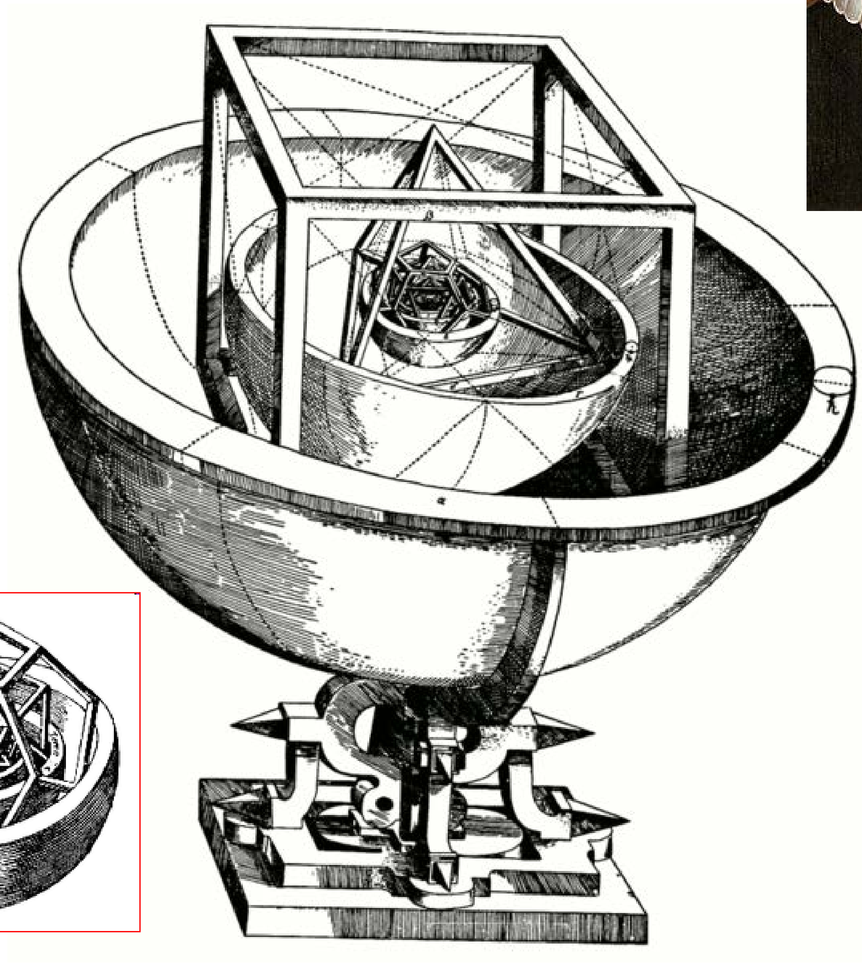
Johannes Kepler (1571 – 1630)

Uspořádání planetárních sfér ve sluneční soustavě
[Mysterium Cosmographicum (1600)]

Saturn
KRYCHLE
Jupiter
ČTYŘSTĚN
Mars
DVANÁCTISTĚN
Země
DVACETISTĚN
Venuše
OSMISTĚN
Merkur

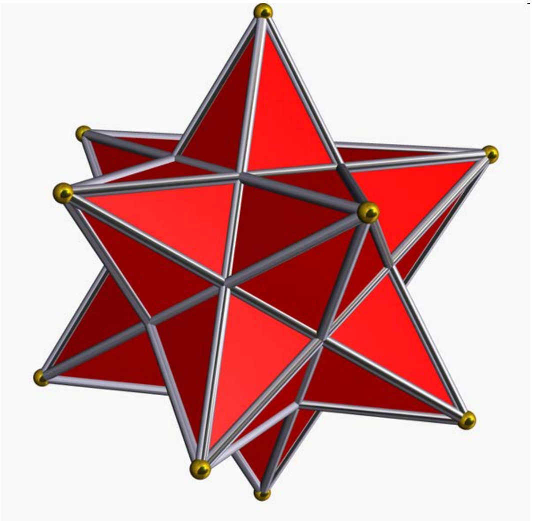
Slunce

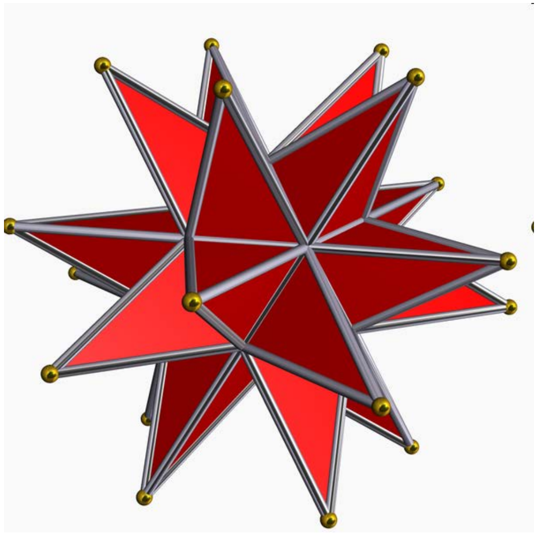


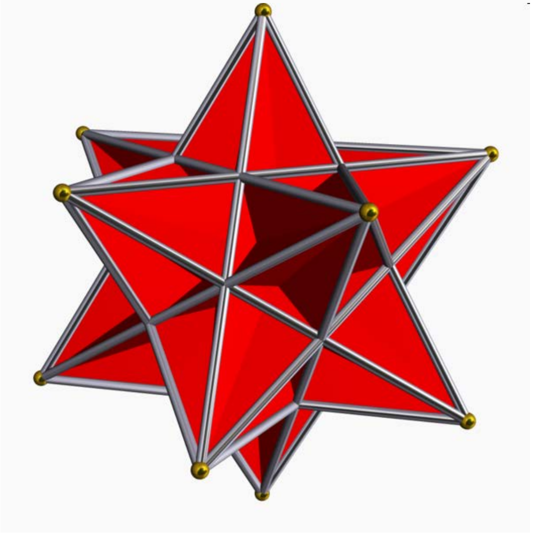


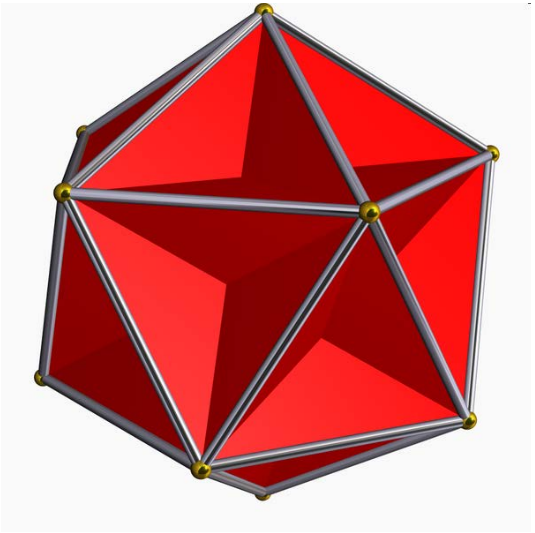
http://en.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler

Keplerovy – Poinsotovy mnohostěny



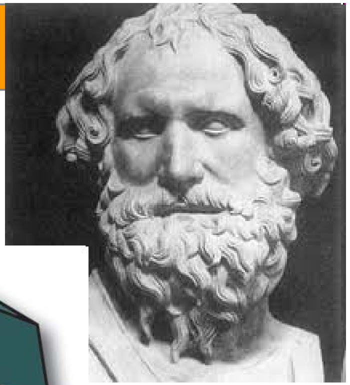




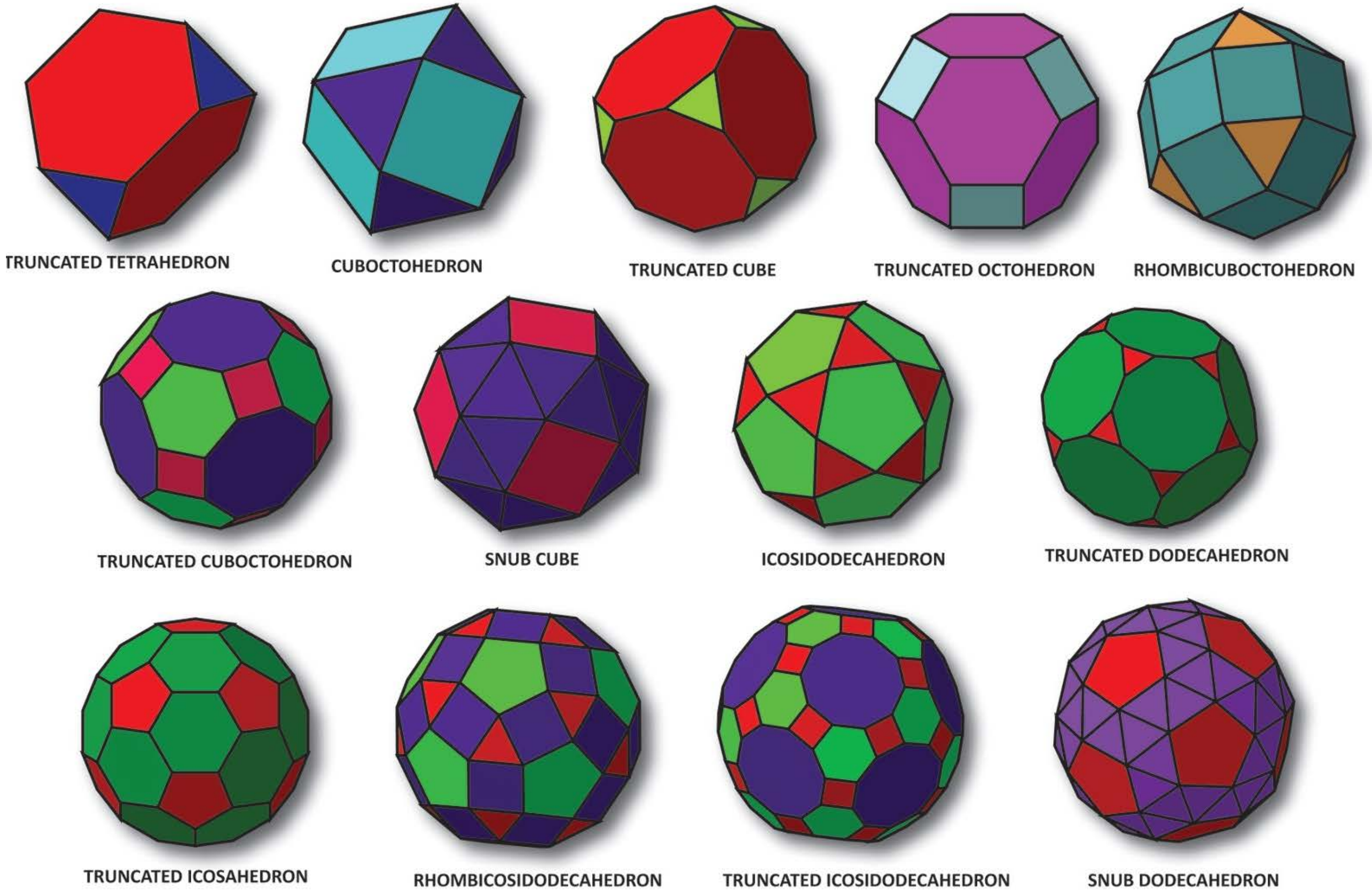


http://mathworld.wolfram.com/Kepler-PoinsotSolid.html
http://en.wikipedia.org/wiki/Kepler%E2%80%93Poinsot_polyhedron

Archimedes ze Syrakus (287 – 212 př.n.l.)



Archimedovy / polopravidelné mnohostěny



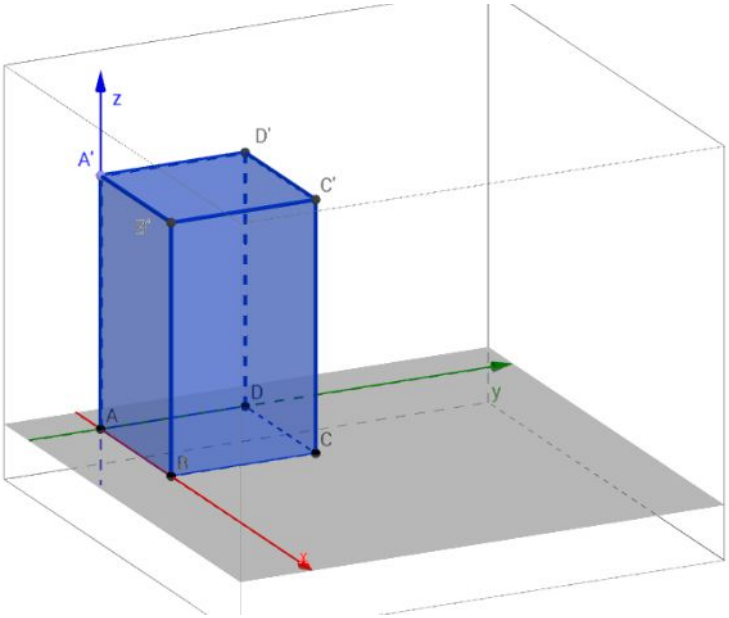
http://xploreandxpress.blogspot.com/2011/04/fun-with-mathematics-archimedian-solids.html
http://mathworld.wolfram.com/ArchimedeanSolid.html, http://en.wikipedia.org/wiki/Archimedean_solid

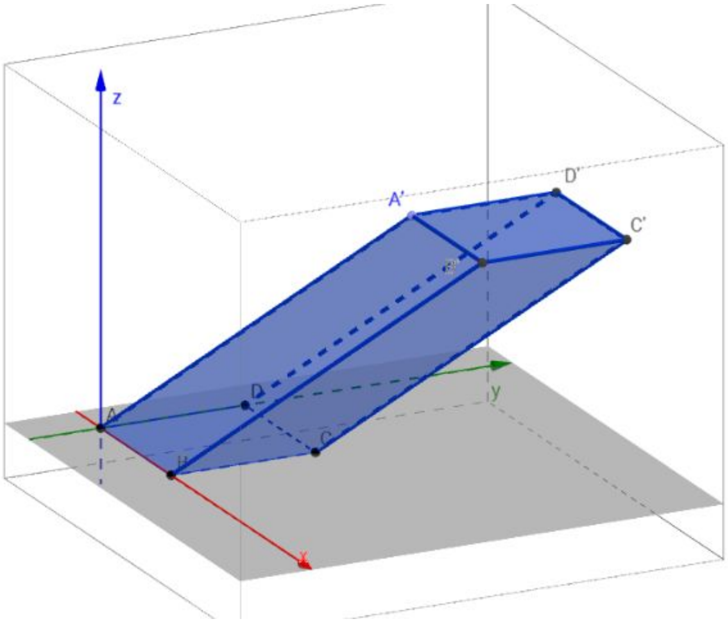
Cavallieriho princip

Cavalieriho princip
Jestliže pro dvě tělesa existuje taková rovina, že každá s ní rovnoběžná rovina protíná obě tělesa v rovinných útvarech o témže obsahu, pak mají obě tělesa stejný objem.
(Bonaventura Cavalieri, 1598–1647, Itálie)

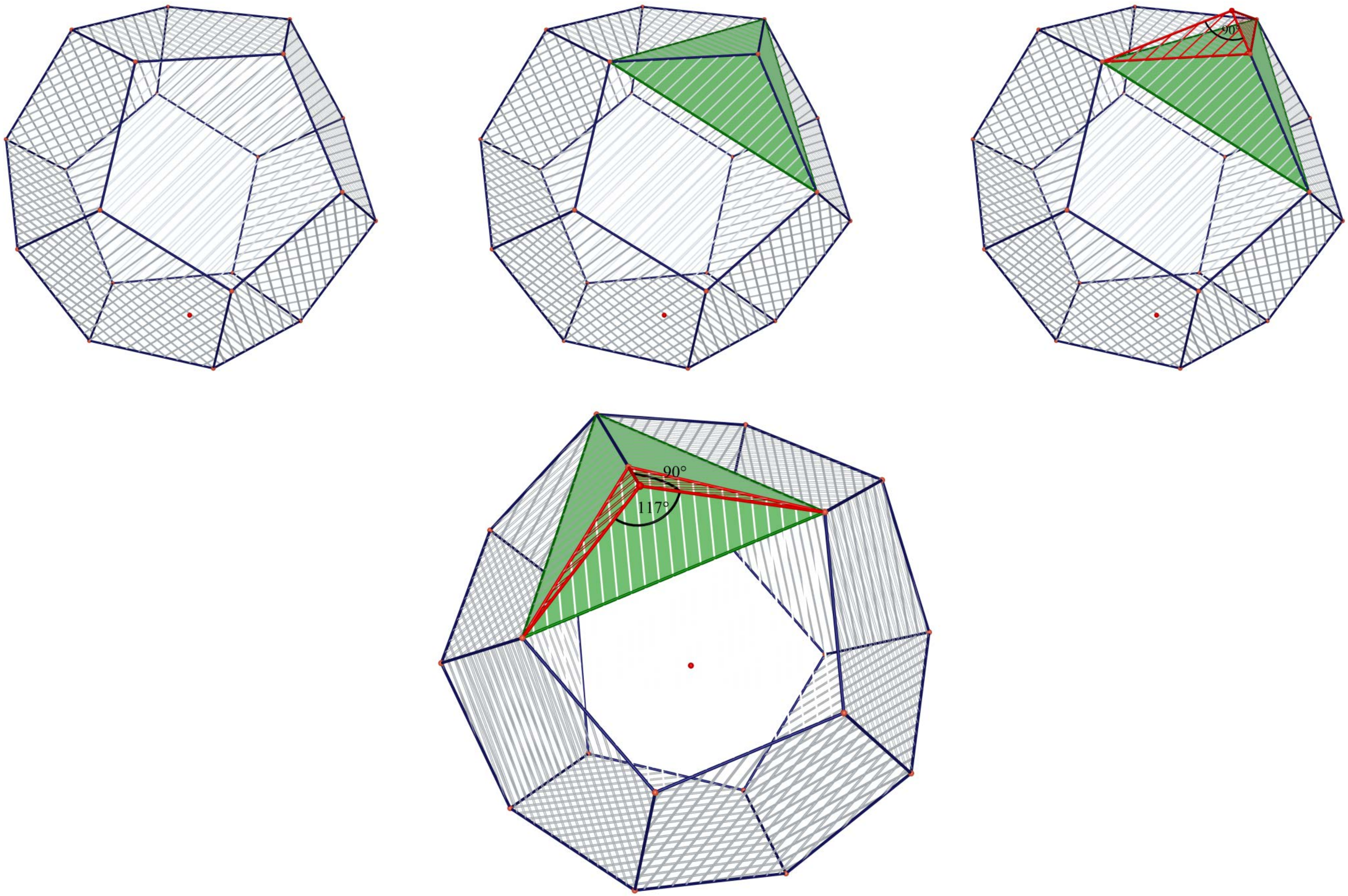
http://en.wikipedia.org/wiki/Cavalieri%27s_principle
http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Cavalieri.html

Cavallieriho princip

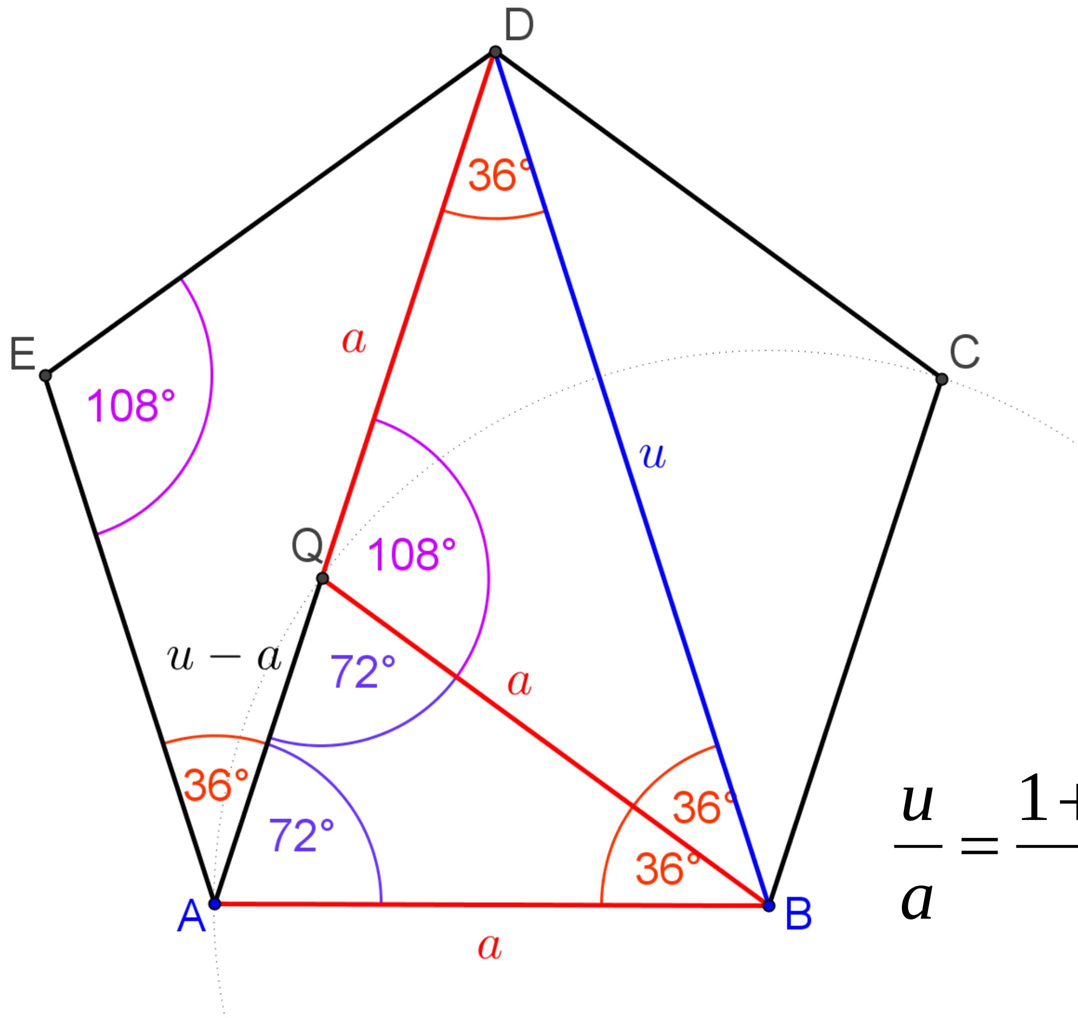




Odchylka sousedních stěn pravidelného dvanáctistěnu



Pravidelný pětiúhelník – vztah mezi úhlopříčkou a stranou



$$\frac{a}{u} = \frac{u-a}{a}$$

$$u^2 - au - a^2 = 0$$

$$u = \frac{1+\sqrt{5}}{2}a$$

$$\frac{u}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.61803398... = \varphi$$

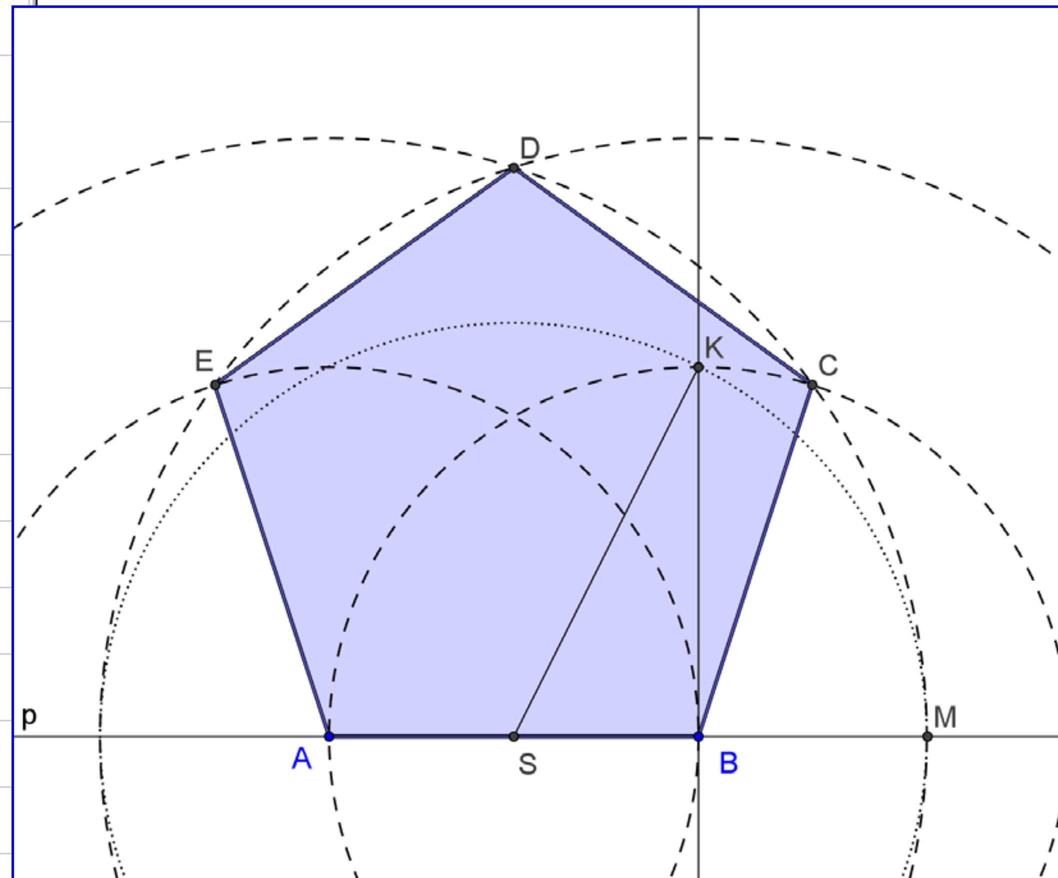
Poměr délek úhlopříčky *u* a strany *a* pravidelného pětiúhelníku je roven zlatému řezu φ

Důsledek I: Konstrukce pravidelného pětiúhelníku při dané straně *a*

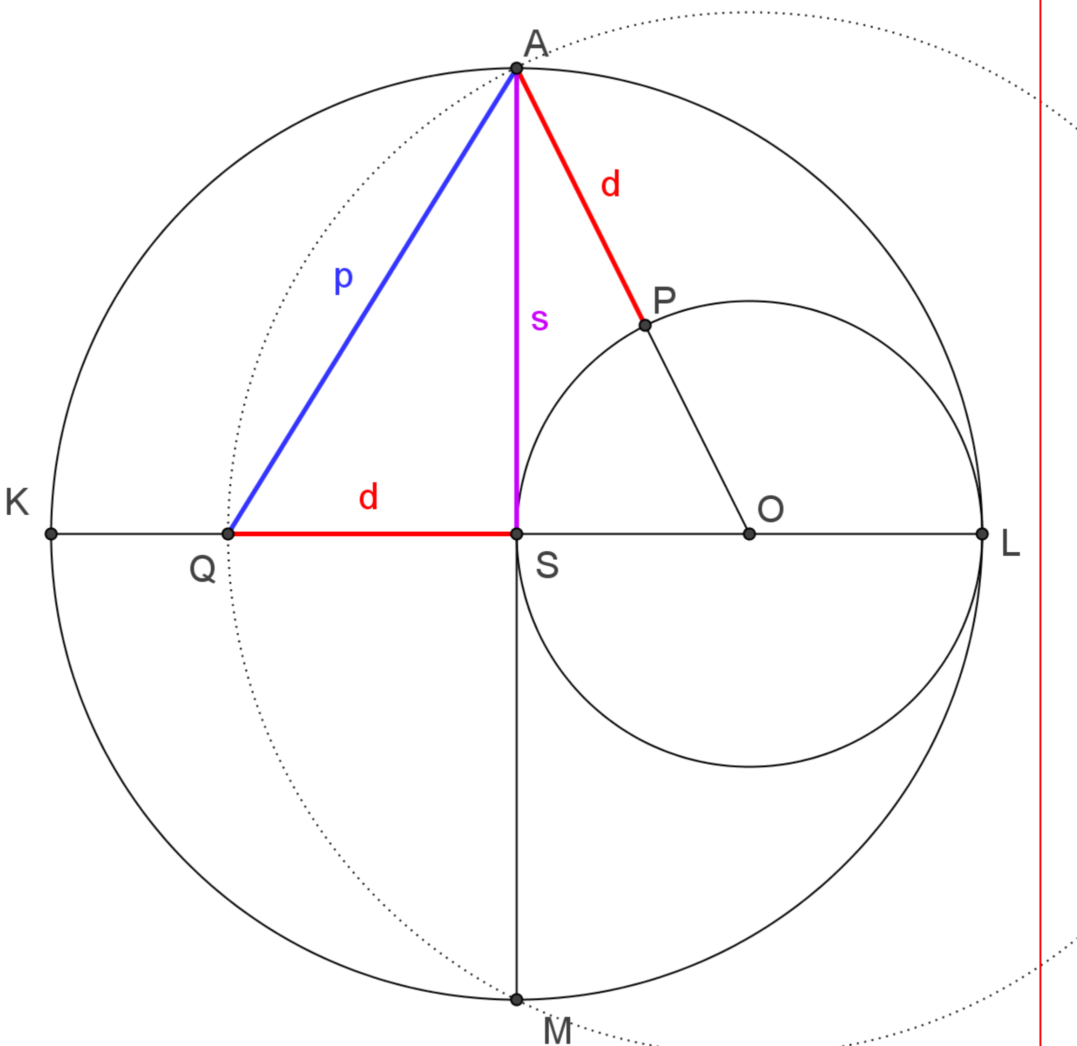
Zápis konstrukce - 5uhelnik_konstrukce_new.ggb

Č.	Název	Definice
1	Úsečka a	Úsečka [A, B]
2	Kružnice c	Kružnice se středem A a poloměrem a
3	Kružnice d	Kružnice se středem B a poloměrem a
4	Bod S	Střed a
5	Přímka b	Přímka bodem B kolmo k a
6	Bod K	Průsečík d, b
7	Úsečka e	Úsečka [S, K]
8	Přímka p	Přímka vedená A, B
9	Kružnice f	Kružnice bodem K se středem S
10	Bod M	Průsečík f, p
11	Kružnice g	Kružnice bodem M se středem A
12	Kružnice h	Kružnice se středem B a poloměrem Vzdalenost[A, M]
13	Bod D	Průsečík g, h
14	Bod C	Průsečík d, g
15	Bod E	Průsečík c, h

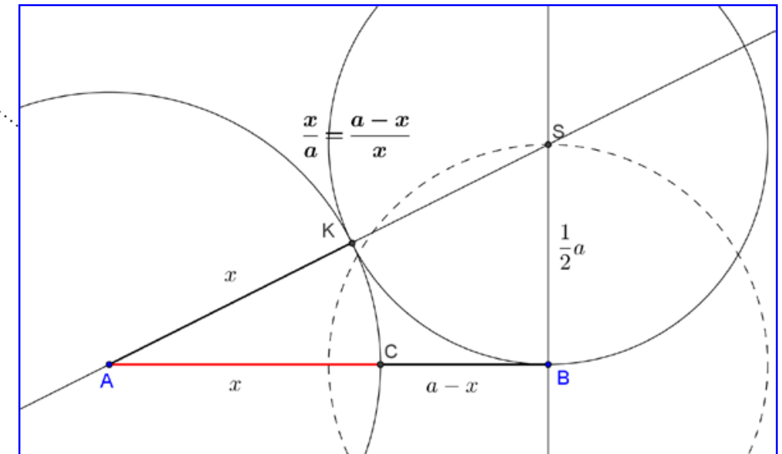
0 / 15



Důsledek II: Konstrukce strany pravidelného 5/6/10-úhelníku při daném poloměru kružnice mnohoúhelníku opsané



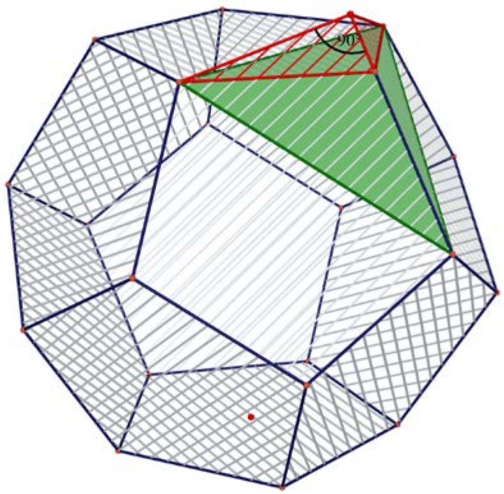
Konstrukce zlatého řezu

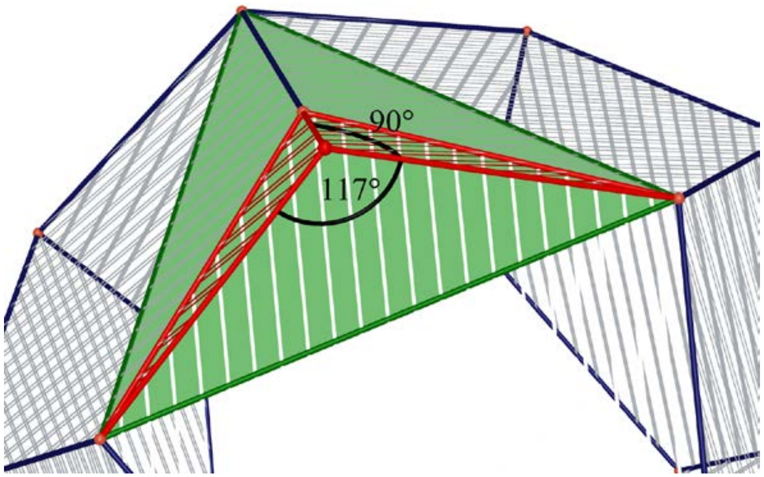


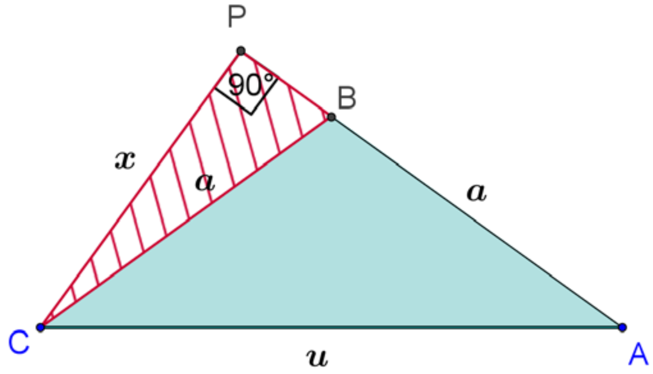
Č.	Název	Definice
1	Úsečka a	Úsečka [A, B]
2	Přímka b	Přímka bodem B kolmo k a
3	Kružnice c	Kružnice se středem B a poloměrem 1 / 2 a
4	Bod S	Průsečík c, b
5	Kružnice d	Kružnice bodem B se středem S
6	Přímka e	Přímka vedená A, S
7	Bod K	Průsečík d, e
8	Kružnice f	Kružnice bodem K se středem A
9	Bod C	Průsečík f, a

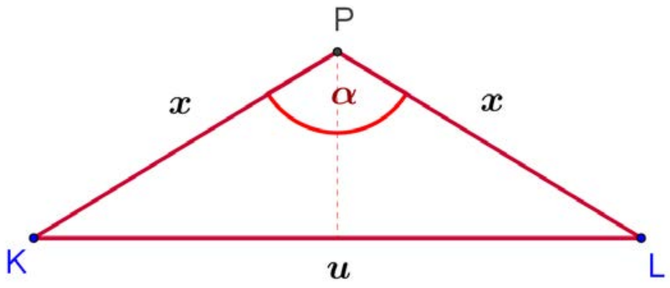
0 / 9

Odchylka sousedních stěn pravidelného dvanáctistěnu - pokračování

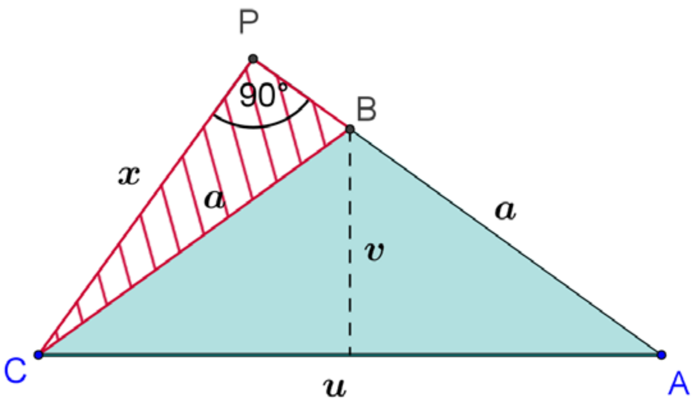






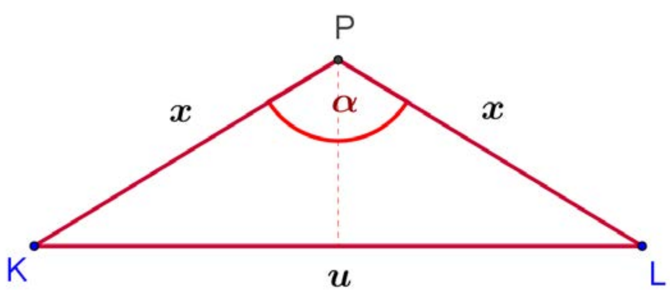


Odchylka sousedních stěn pravidelného dvanáctistěnu

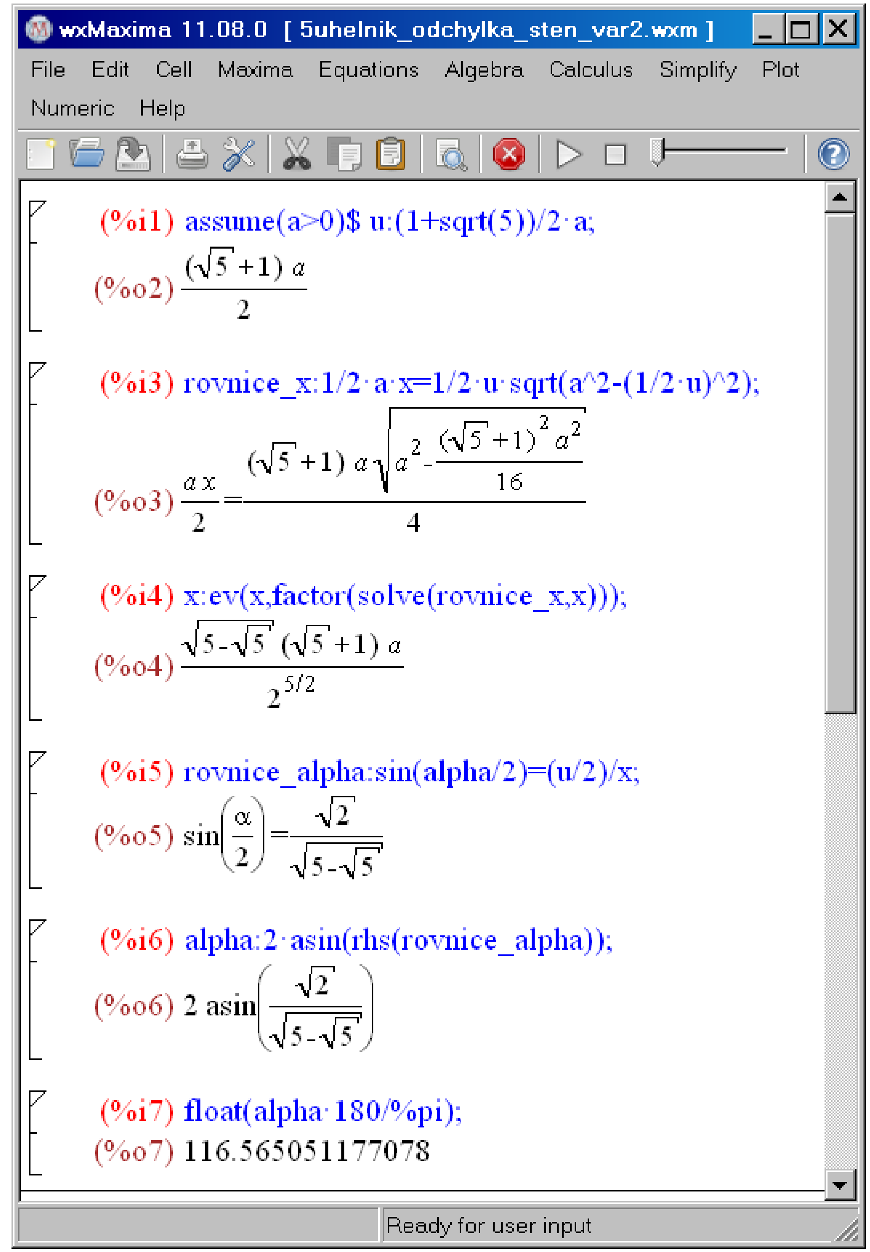


$$u=\frac{1+\sqrt{5}}{2}a,\; v=\sqrt{a^2-\left(\frac{u}{2}\right)^2}$$

$$S_{\Delta}=\frac{a\cdot x}{2}=\frac{u\cdot v}{2}$$



$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\frac{u}{2}}{x}$$



Povrch a objem pravidelného mnohostěnu

$$S = s \cdot n \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \cot\left(\frac{\pi}{n}\right),$$

$$V = s \cdot \frac{1}{3} \cdot S_s \cdot r,$$

S … povrch mnohostěnu, *V* … objem mnohostěnu, n … počet vrcholů / hran jedné stěny, s … počet stěn, r … poloměr kružnice vepsané mnohostěnu, S_s … povrch jedné stěny.