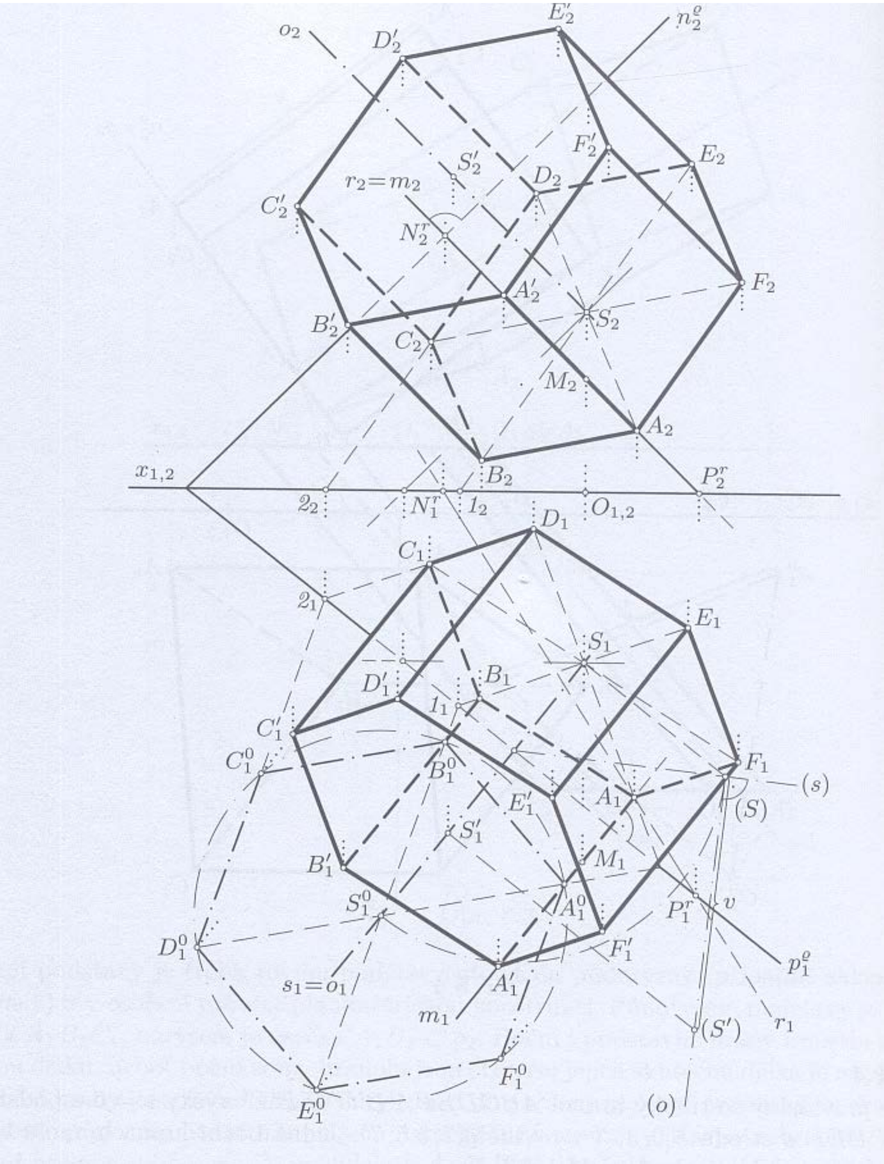
Deskriptivní geometrie 2

Úvod

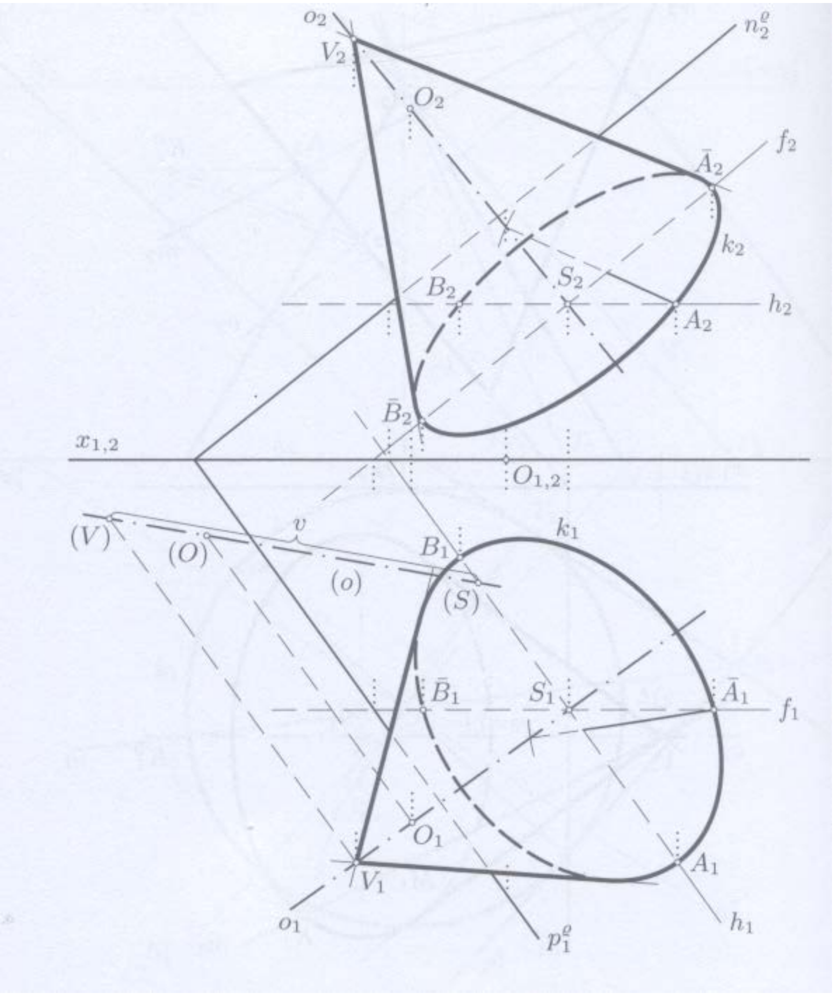
Obsah předmětu

- Osová afinita
- Mongeovo promítání
- Názorné zobrazení
  - Pravoúhlá axonometrie
  - Kosoúhlé promítání

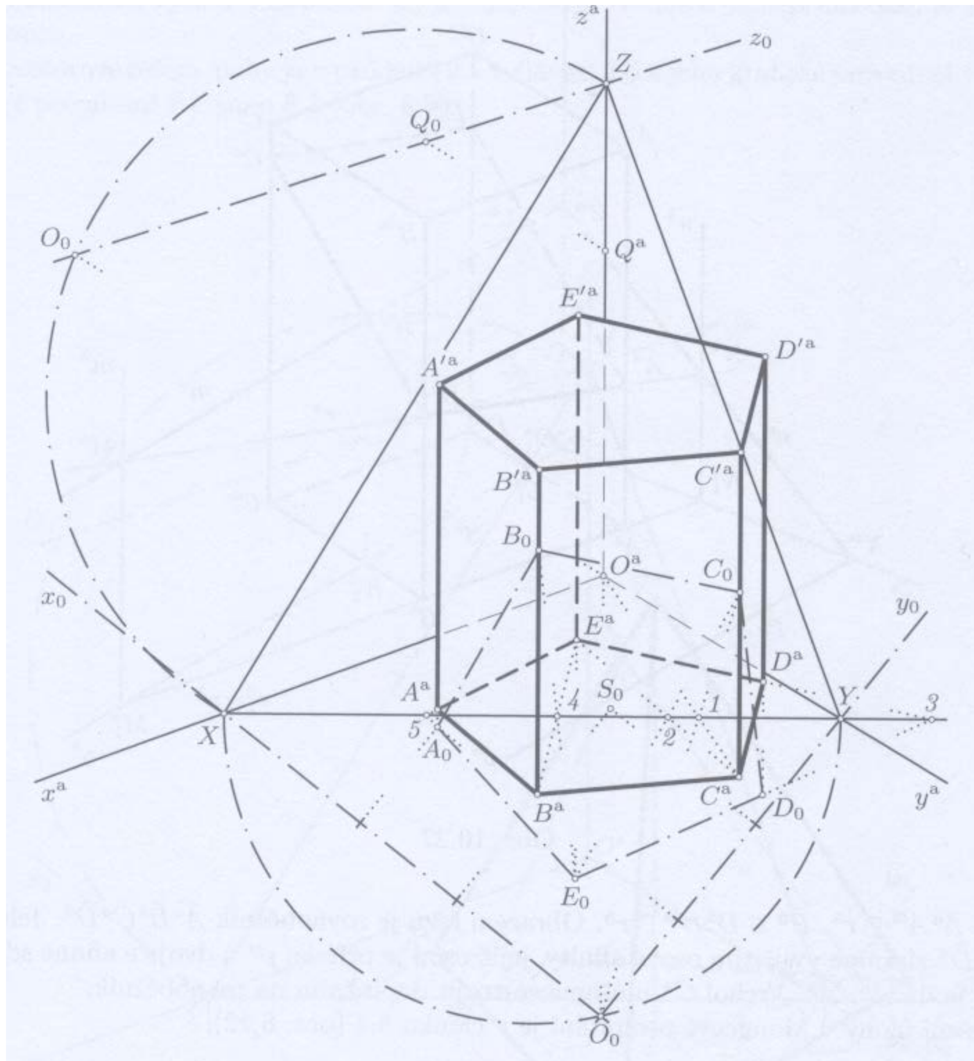
Mongeovo promítání



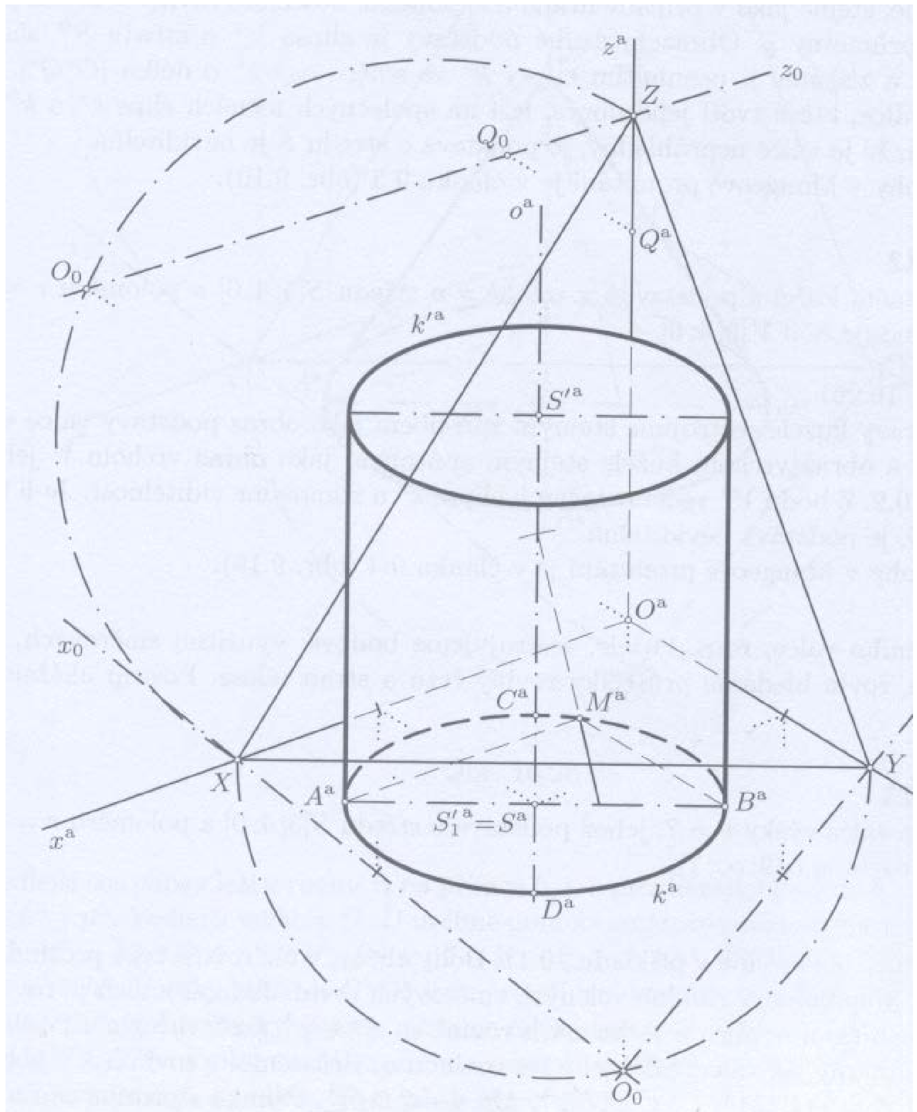
Mongeovo promítání



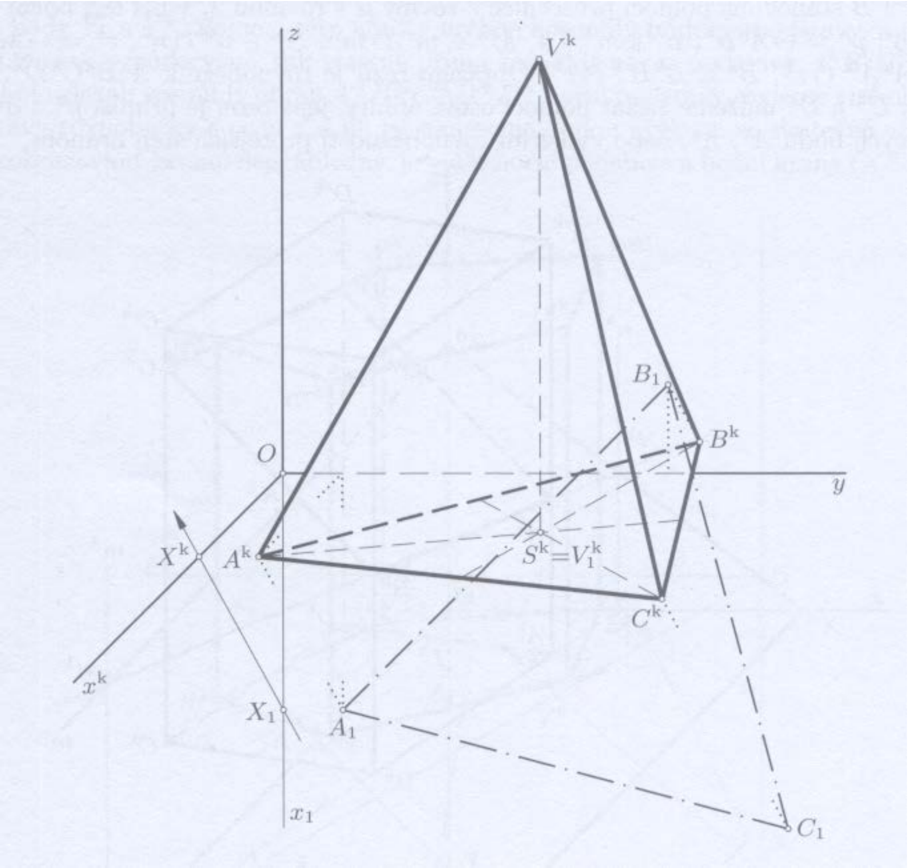
Pravoúhlá axonometrie



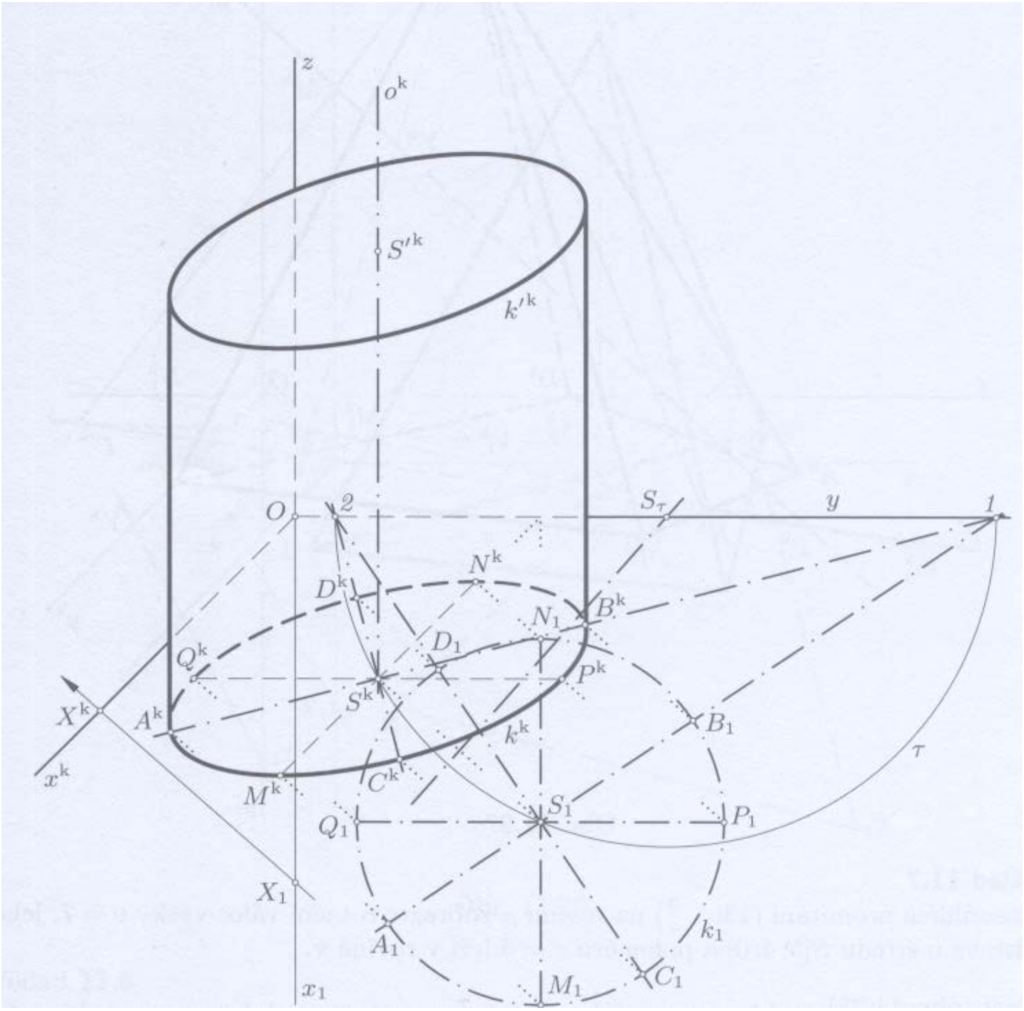
Pravoúhlá axonometrie



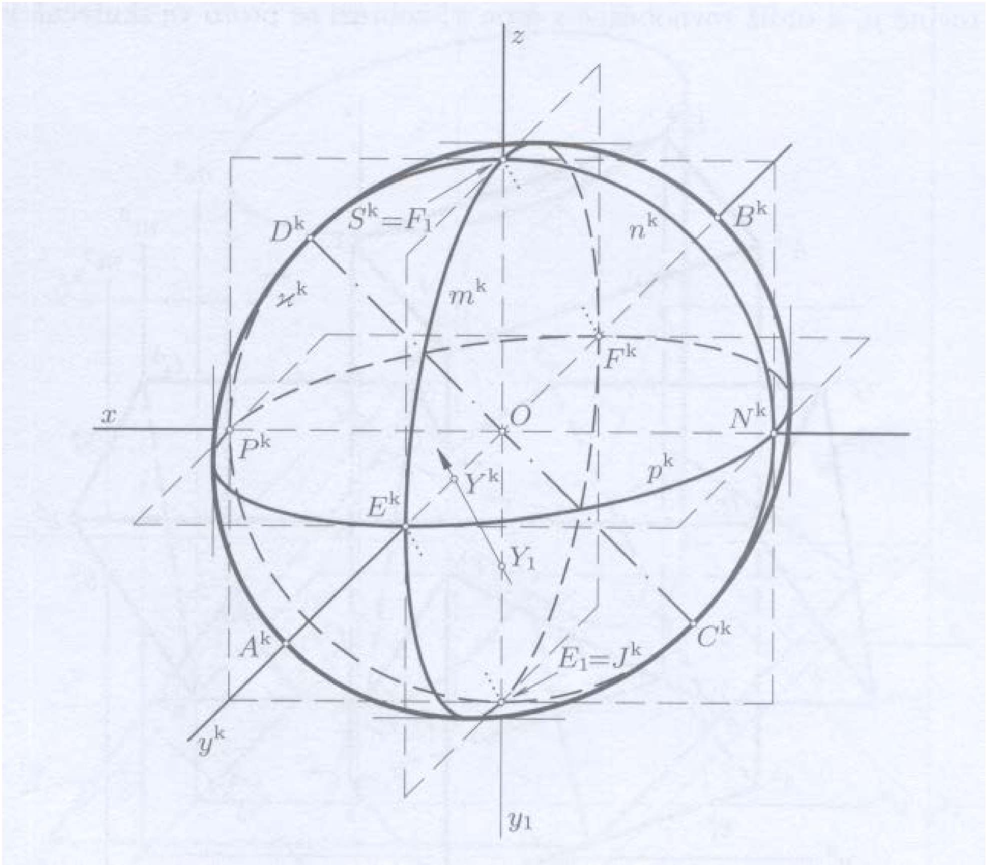
Kosoúhlé promítání



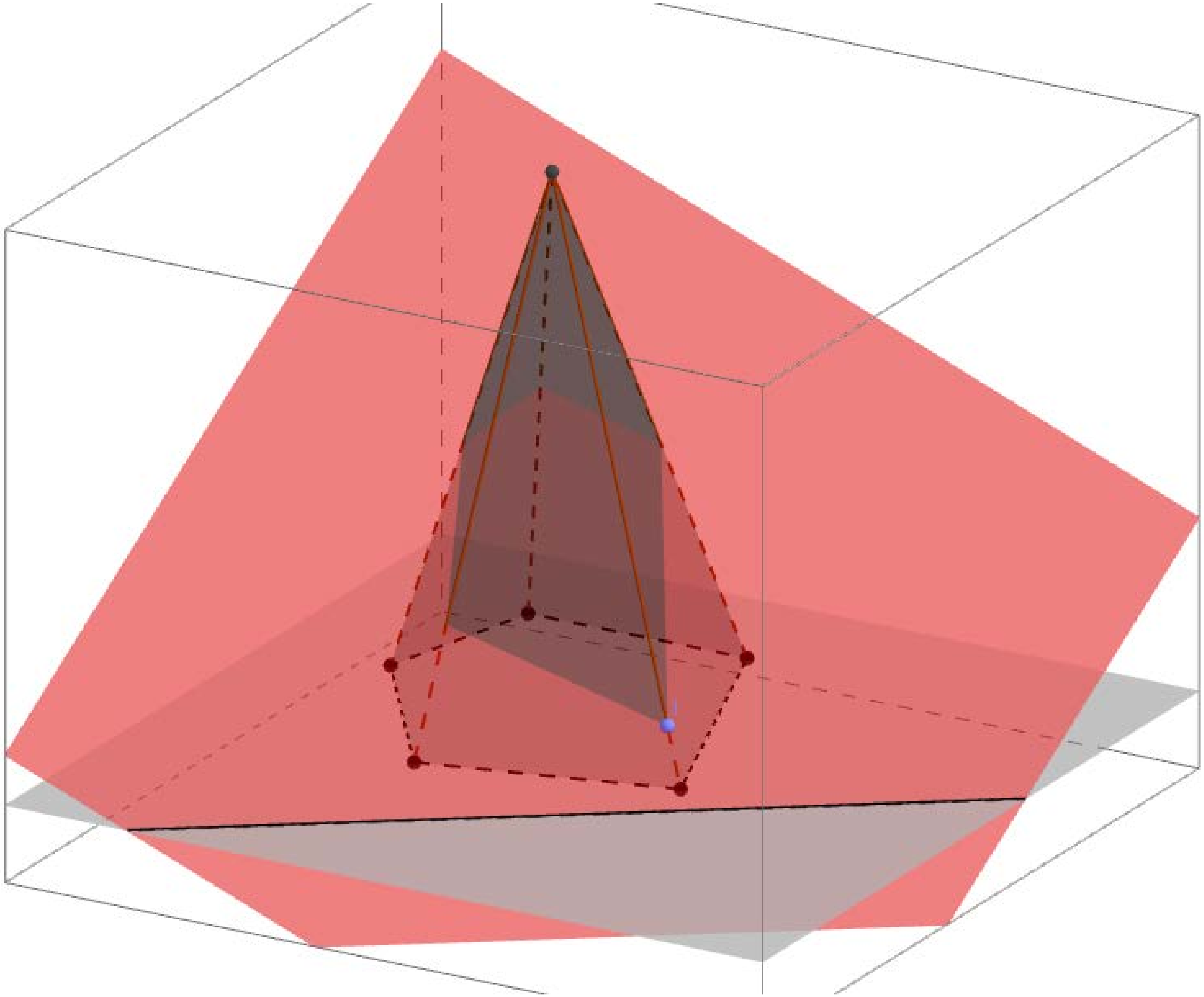
Kosoúhlé promítání



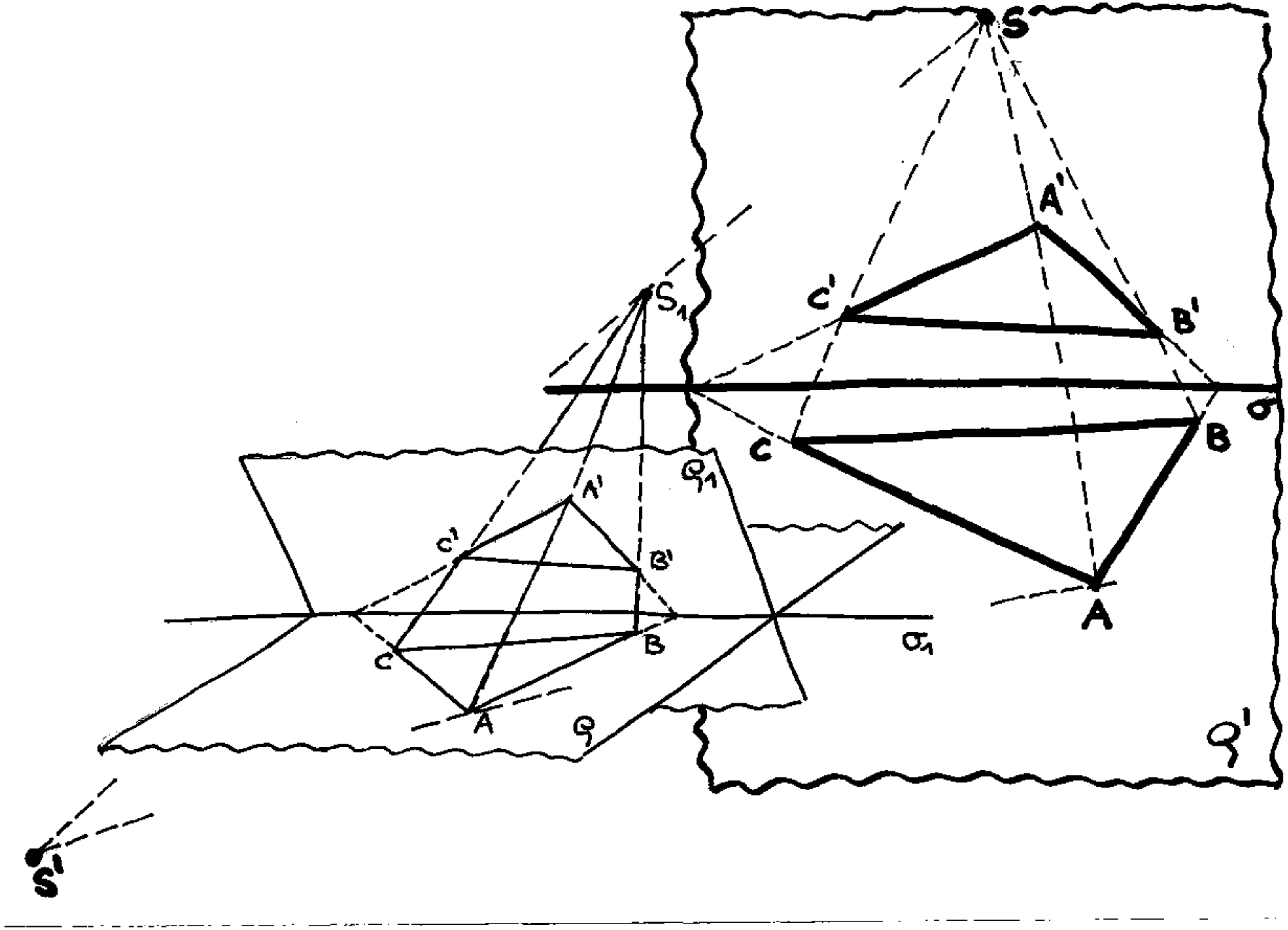
Kosoúhlé promítání



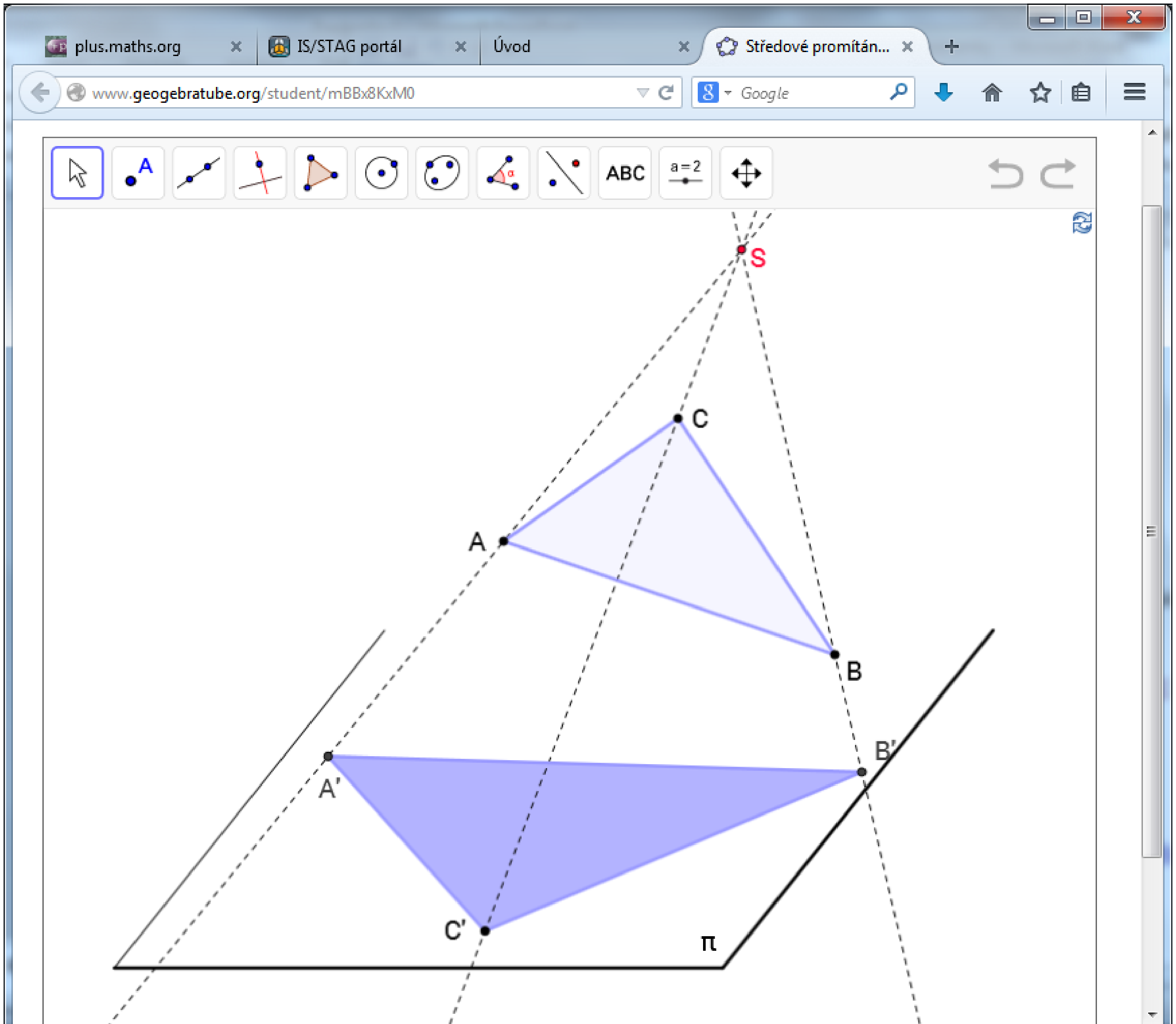
Středová kolineace



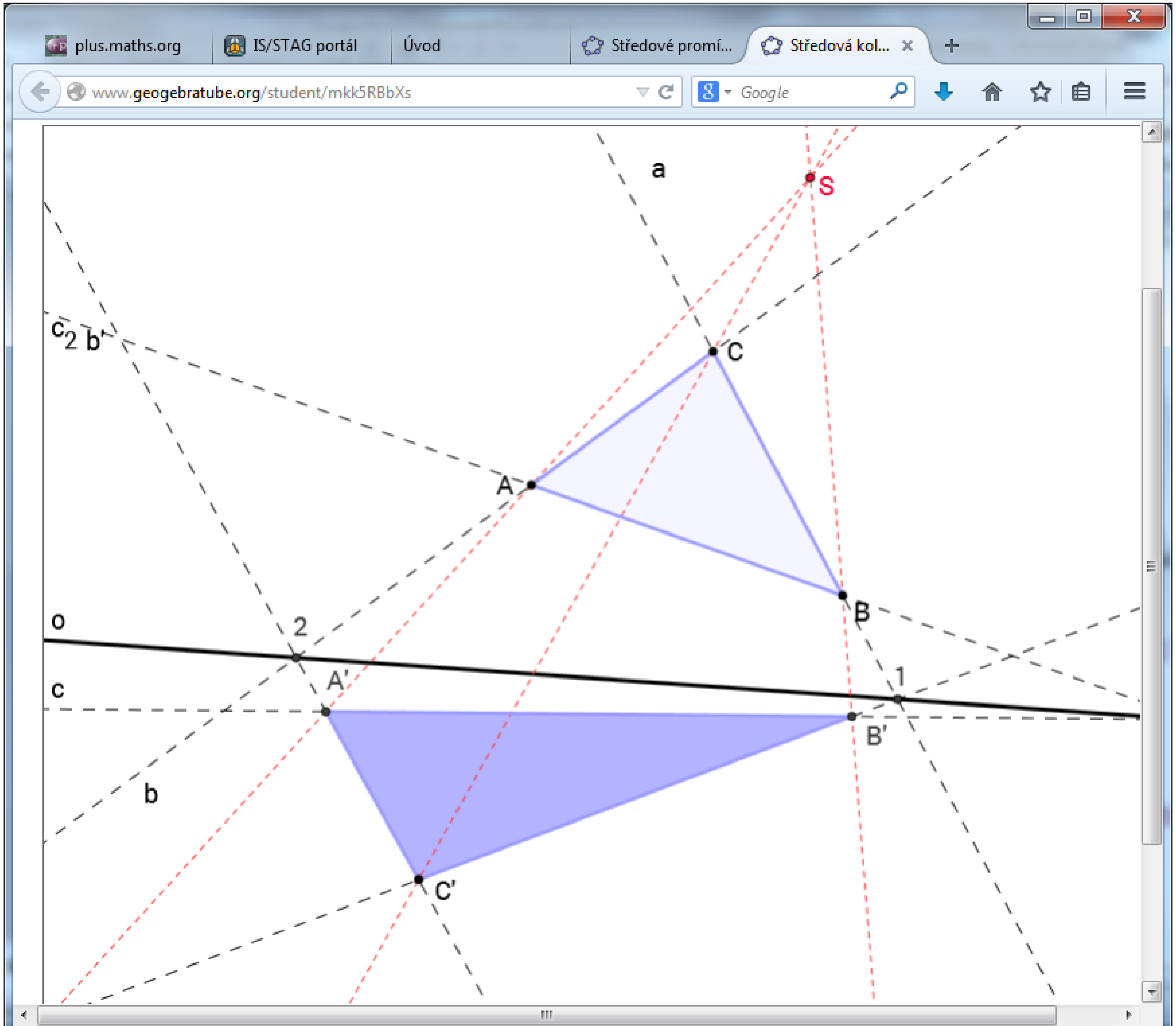
Středová kolineace



Středové promítání



Středová kolineace



1 Středová kolineace

DEFINICE 1. *Středovou kolineací (též perspektivní kolineací, osovou kolineací ci homologií) rozumíme vzájemně jednoznačné zobrazení roviny* $\bar{E}_2$ *těchto vlastností:*
1. *Spojnice odpovídajících si bodů procházejí pevným bodem* - **středem kolineace**.
2. *Průsečík odpovídajících si přímek leží na pevné přímce* - **ose kolineace**.
3. *Incidence se zachovává.*

Poznámka. Tři kolineární body (tj. tři body na přímce) přejdou tímto zobrazením opět v body kolineární - proto KOLINEACE.

Poznámka. Středová kolineace je určena:
- osou o (samodružná přímka)
- středem S (samodružný bod)
- dvojicí odpovídajících si bodů $A,\ A'$; $S \in AA'$ nebo přímek $p,\ p'$; $S \notin p, p'$.

PŘÍKLAD 1.1. *Ve středové kolineaci určené osou* o, *středem* S *a dvojicí bodů* $A,\ A'$ *sestrojte:*
a) obraz bodu X,
b) obraz přímky p.

PŘÍKLAD 1.2. *Ve středové kolineaci určené středem, osou a jedním párem odpovídajících si přímek sestrojte:*
a) obraz bodu B,
b) obraz přímky m.

Věta 1. *Střed a každý bod osy kolineace jsou jejími samodružnými body. Osa kolineace a každá přímka procházející jejím středem jsou samodružné přímky.*

Věta 2. *Kolineace je určena, je-li dán její* **střed, osa** *a jeden* **pár odpovídajících si bodů nebo přímek**, *jež nejsou incidentní ani se středem, ani s osou kolineace.*

Charakteristika kolineace

$$(SA_1AA') = (SB_1BB') = \lambda$$

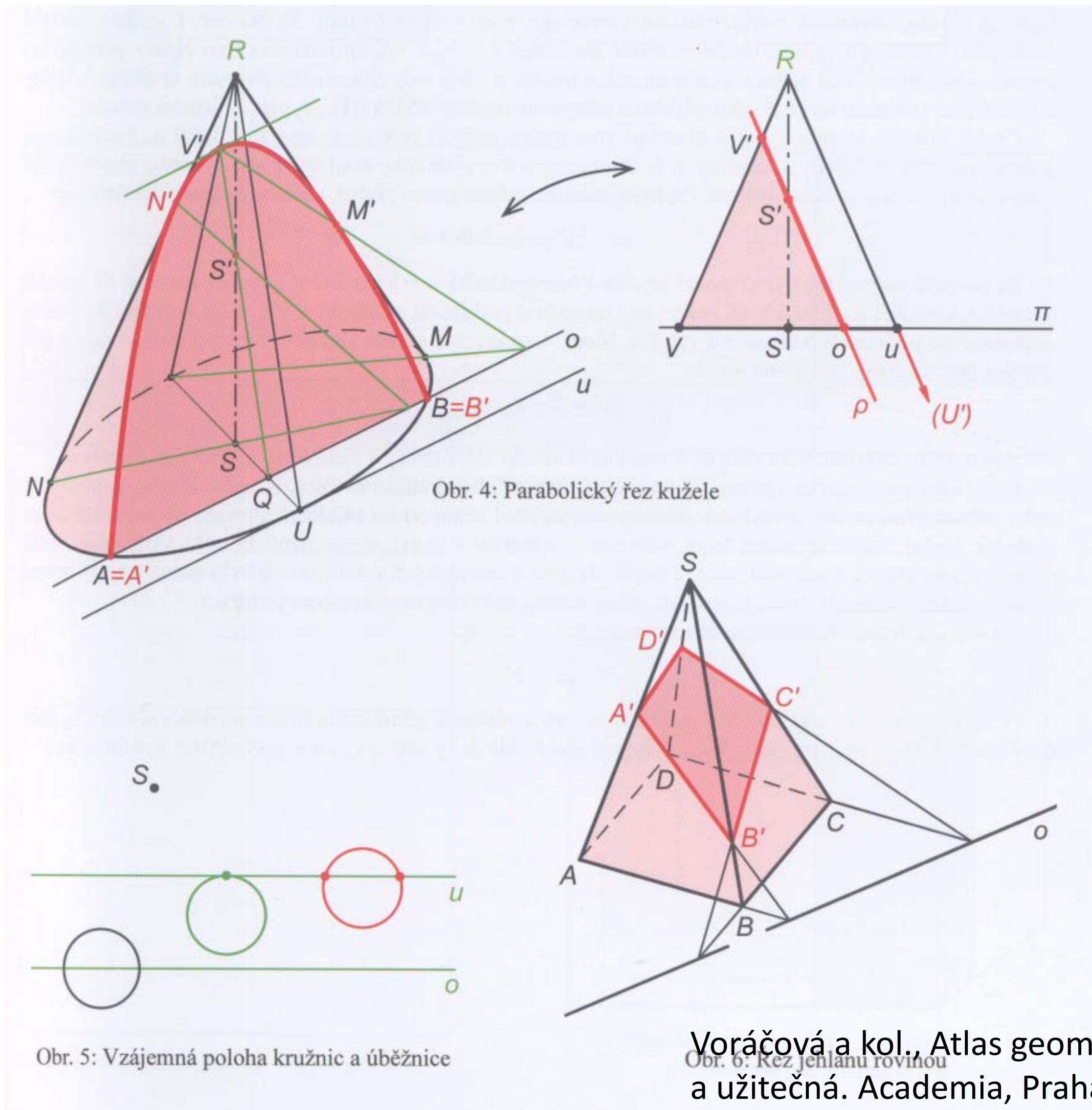
PŘÍKLAD 1.3. *Středová kolineace je určena středem, osou a dvojicí sobě odpovídajících bodů. Sestrojte obraz nevlastního bodu U_∞ přímky p.*

Úběžník a úběžnice

Úběžník je bod, který je v dané kolineaci obrazem nevlastního bodu.

Úběžnice je přímka, která je obrazem nevlastní přímky.

Středová kolineace



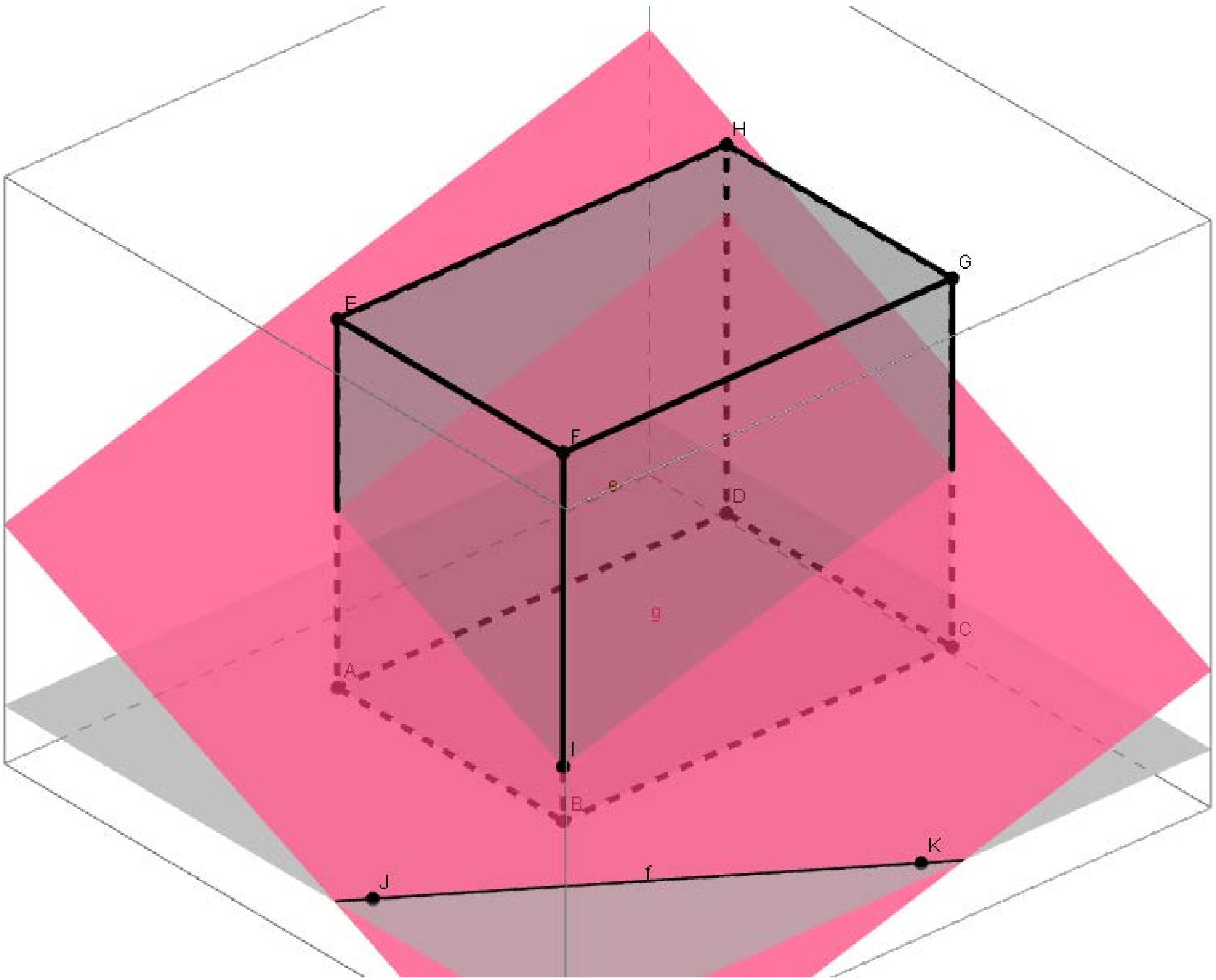
Obr. 4: Parabolický řez kužele

Obr. 5: Vzájemná poloha kružnic a úběžnice

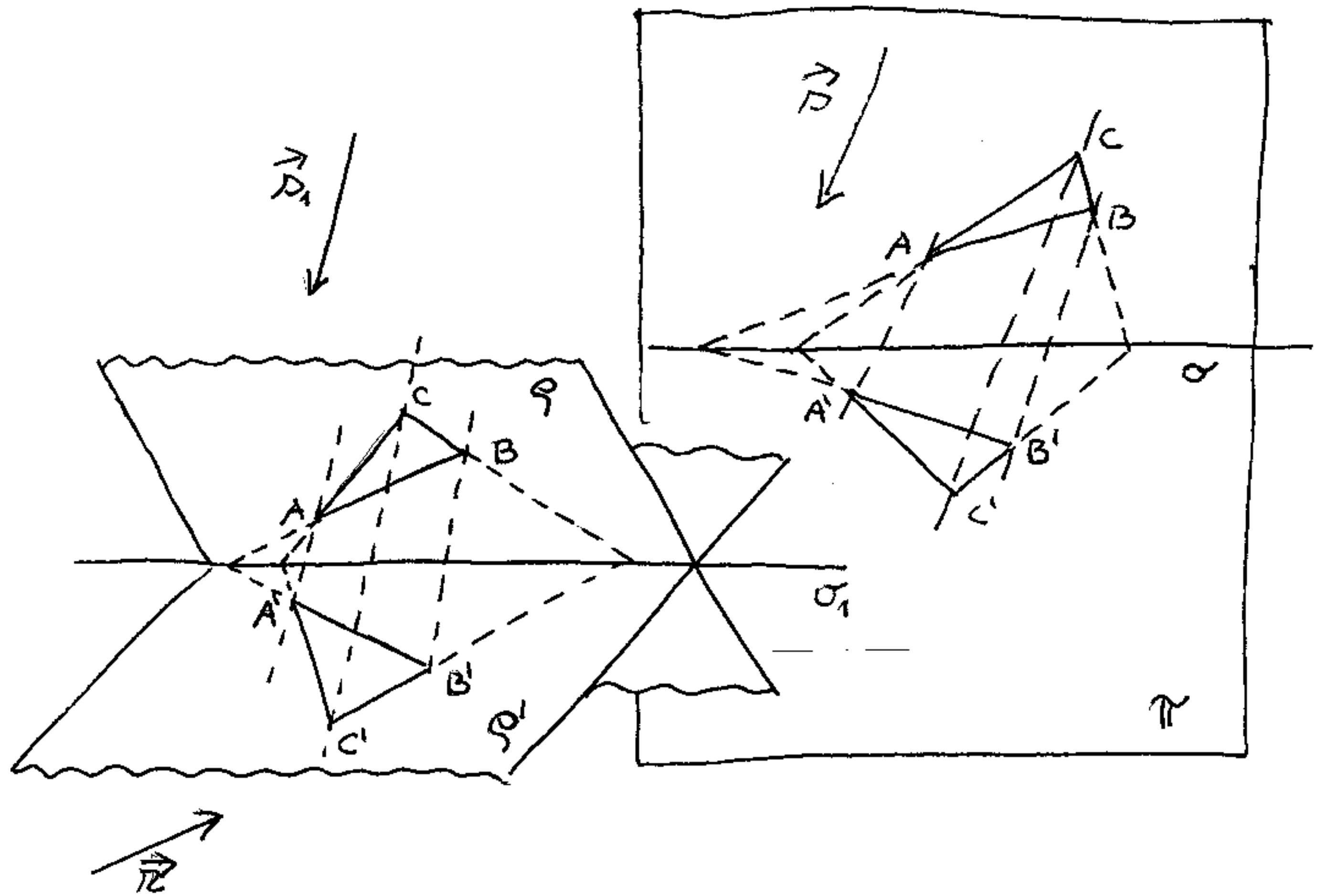
Obr. 6: Řez jehlanu rovinou

Voráčová a kol., Atlas geometrie. Geometrie krásná a užitečná. Academia, Praha, 2012.

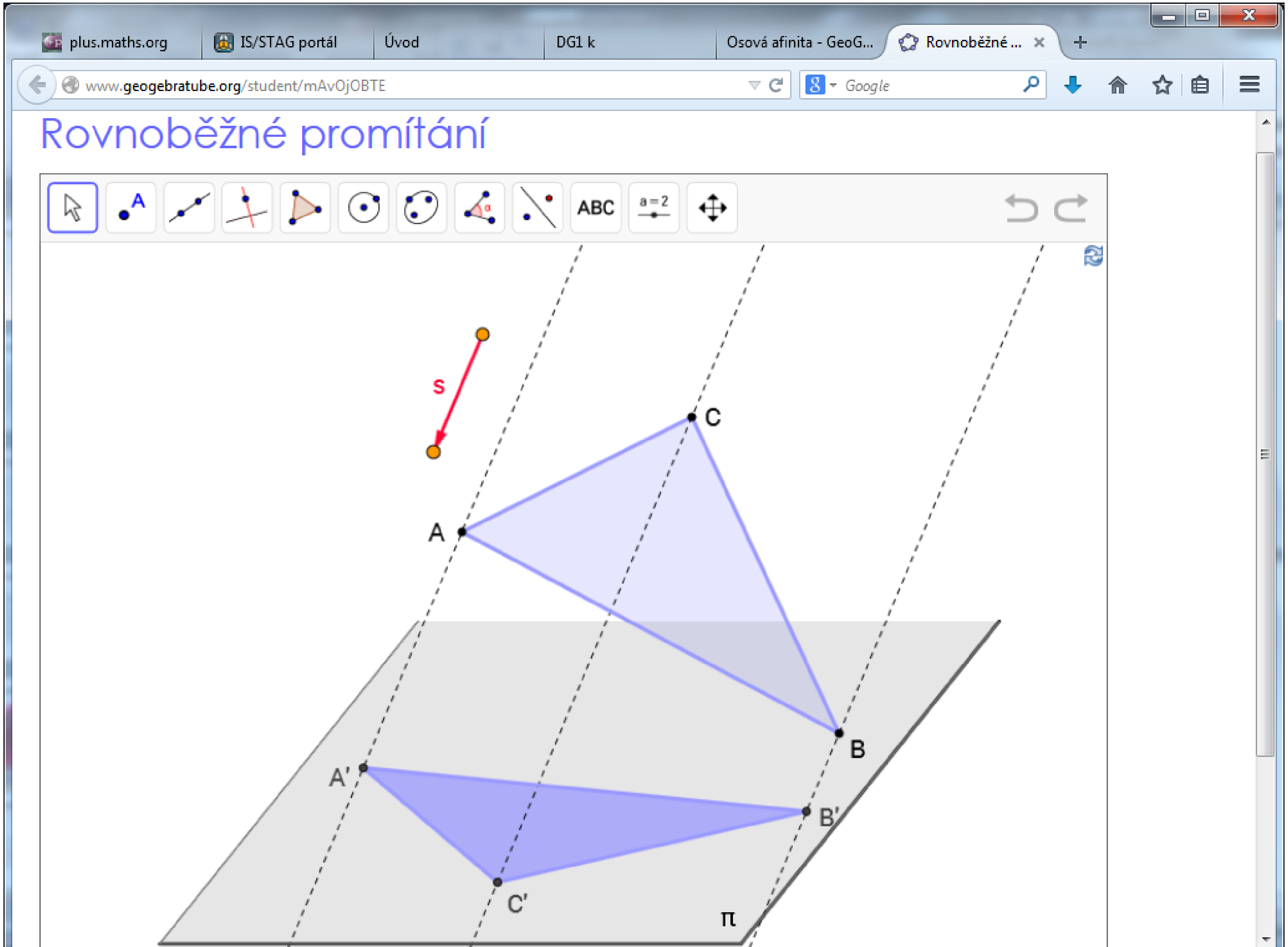
Osová afinita



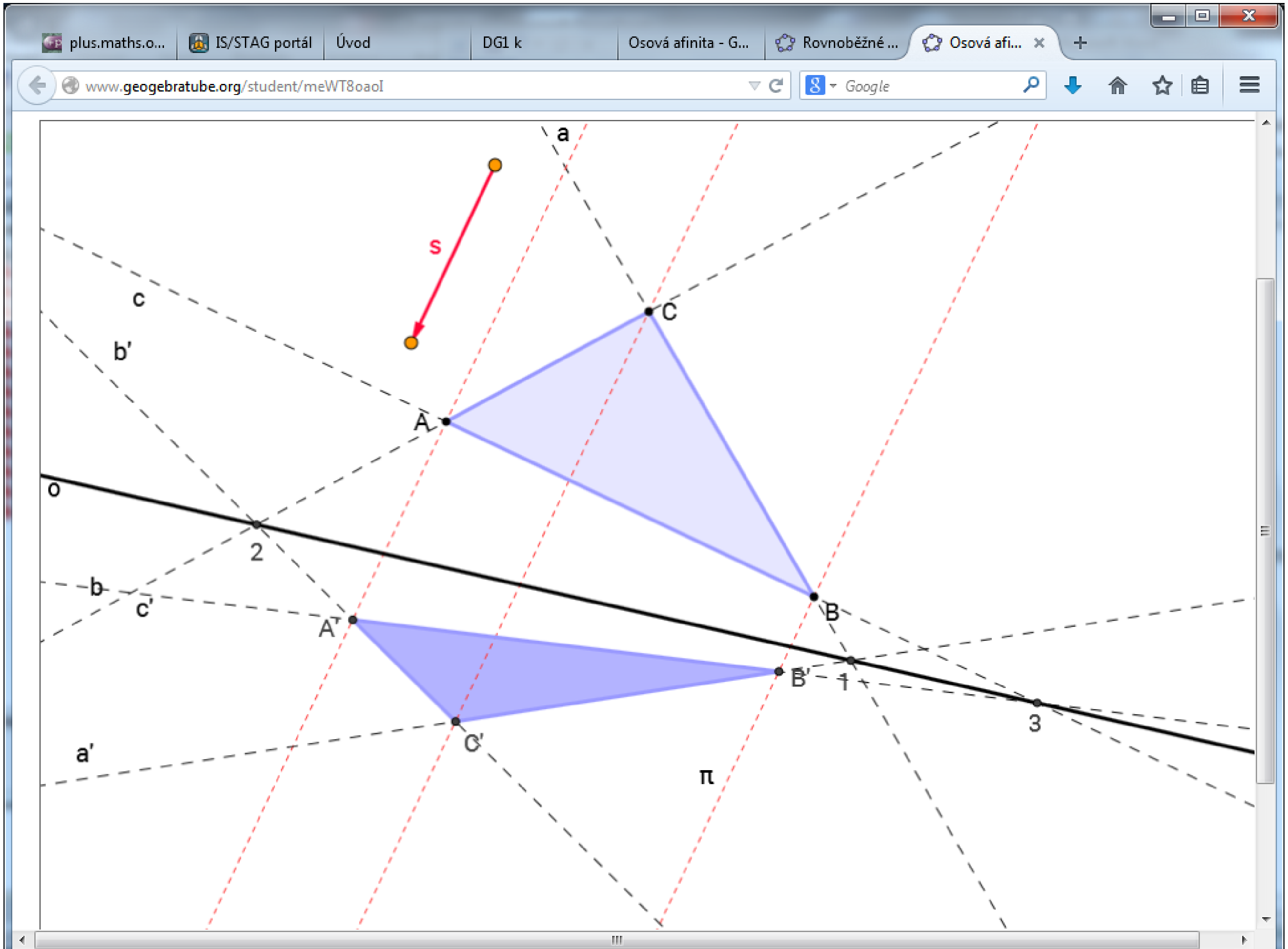
Osová afinita



Rovnoběžné promítání



Osová afinita



2 Osová afinita

Osová afinita je středovou kolineací s nevlastním středem.

PŘÍKLAD 2.1. *V osové afinitě určené osou o a dvojicí sobě odpovídajících bodů A, A' zobrazte bod B a přímku p.*

Osová afinita je určena osou o, **směrem** s **a charakteristikou** κ. **Směr a charakteristika jsou většinou zadány dvojicí sobě odpovídajících bodů** A, A'.

Charakteristika afinity

$$(S_\infty A_1 A A') = \underline{(A' A A_1) = \kappa}$$

Vlastnosti osové afinity

1. Přímka spojující sobě odpovídající body je rovnoběžná se směrem afinity.

2. Sobě odpovídající přímky se protínají na ose afinity.

3. Incidence se zachovává.
4. Osa afinity a přímky rovnoběžné se směrem afinity jsou samodružnými přímkami.

Poznámka. Pro $s \perp o$, $\kappa = -1$ dostáváme **osovou souměrnost**.

Invarianty osové afinity

1. Rovnoběžnost přímek.

2. Dělící poměr.

3. Poměr obsahu obrazců.

PŘÍKLAD 2.2. *Je dána přímka o, trojúhelník ABC a dvojice bodů X, X'. Sestrojte obraz trojúhelníka ABC v osové afinitě s osou o, v níž je obrazem bodu X bod X'.*

Věta 6. *Rovnoběžné přímky $a \| b$ se v osové afinitě zobrazí opět na rovnoběžné přímky $a' \| b'$.*

Věta 7. *Dělící poměr se v osové afinitě zachovává, tj. $(ABC) = (A'B'C')$.*

Důsledky věty 7

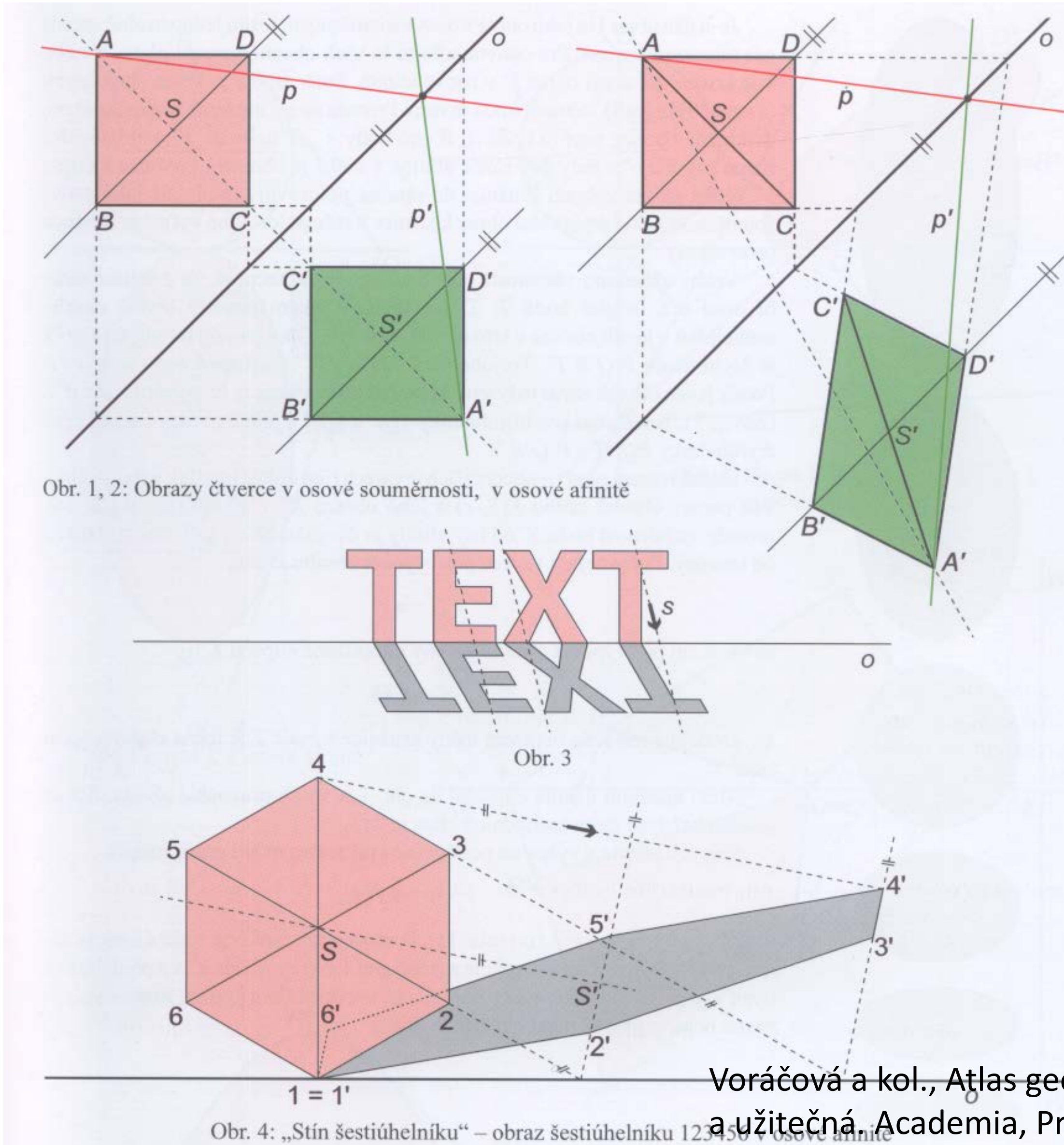
1. Střed úsečky se zobrazí zase na střed úsečky.

2. Zachovává se uspořádání bodů na přímce.

PŘÍKLAD 2.3. *Je dána přímka o a trojúhelník ABC. Sestrojte obraz $A'B'C'$ trojúhelníka ABC v takové osové afinitě s osou o, aby byl trojúhelník $A'B'C'$ rovnostranný.*

Věta 8. *Nechť P je obsah trojúhelníka ABC a P' obsah jeho obrazu $A'B'C'$ v osové afinitě s charakteristikou κ. Potom $P' = |\kappa| \cdot P$.*

Osová afinita



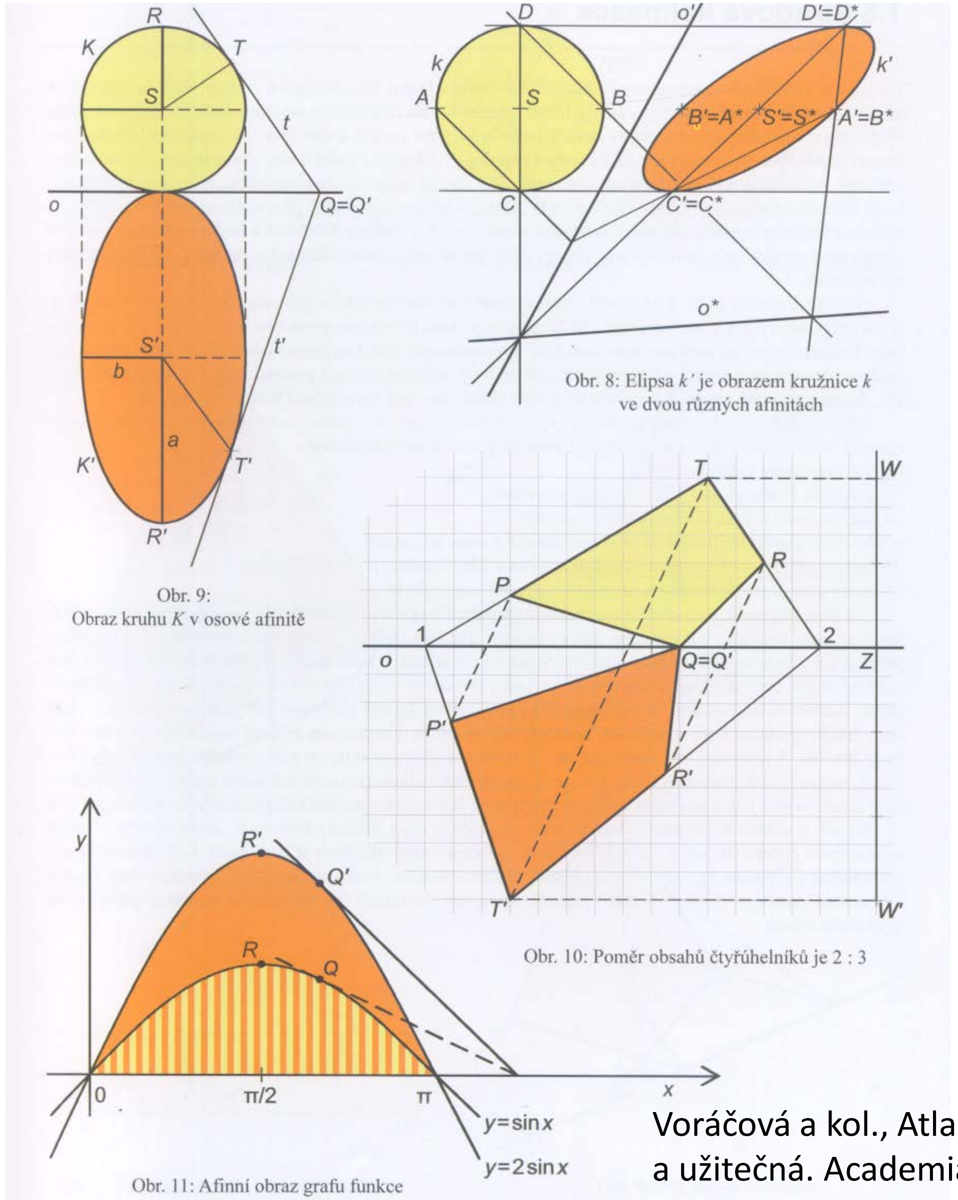
Obr. 1, 2: Obrazy čtverce v osové souměrnosti, v osové afinitě

Obr. 3

Obr. 4: „Stín šestiúhelníku“ – obraz šestiúhelníku 123456 v osové afinitě

Voráčová a kol., Atlas geometrie. Geometrie krásná a užitečná. Academia, Praha, 2012.

Osová afinita



Obr. 9: Obraz kruhu K v osové afinitě

Obr. 8: Elipsa k' je obrazem kružnice k ve dvou různých afinitách

Obr. 10: Poměr obsahů čtyřúhelníků je 2 : 3

Obr. 11: Afinní obraz grafu funkce

Voráčová a kol., Atlas geometrie. Geometrie krásná a užitečná. Academia, Praha, 2012.

Osová afinita