3.1.2 Cvičení - Osová souměrnost

4. Napište rovnice souměrnosti podle přímky $o: 2x - 3y + 1 = 0$.

5. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dán obvod $o = 12cm$ a úhly $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$.

6. Dokažte Vivianiho větu.

Věta 11 (Vivianiho věta). *V rovnostranném trojúhelníku je hodnota součtu vzdáleností libovolného bodu od stran trojúhelníku konstantní, nezávislá na poloze bodu.*

7. Jsou dány dvě různoběžky p, q a bod A mimo ně. Najděte body $B \in p$, $C \in q$ tak, aby obvod trojúhelníku ABC byl minimální.

8. Řešte **Fagnanův problém**: „Danému ostroúhlému trojúhelníku vepište trojúhelník o nejmenším obvodu."

9. Sestrojte konvexní čtyřúhelník $ABCD$ se stranami dané velikosti, je-li $\mapsto AC$ osou vnitřního úhlu při vrcholu A.

10. Sestrojte čtverec $ABCD$, je-li dáno $a + e = 10cm$.

11. Sestrojte obdélník $ABCD$, je-li dáno $e = 7cm$, $a - b = 1cm$.

12. Sestrojte lichoběžník $ABCD$ $(AB \| CD)$, je-li dáno $b = 3cm$, $c = 2.5cm$, $d = 2.6cm$, $\alpha - \beta = 20°$.

13. Mascheroniova konstrukce. Je dána kružnice $k(S; r)$; dále je dána dvěma body A, B (body neleží na kružnici) její sečna p, která neprochází středem S. Sestrojte průsečíky přímky p s kružnicí k, aniž přitom použijete pravítka.

14. Dokažte, že body souměrně sdružené s průsečíkem výšek podle stran trojúhelníka, leží na kružnici trojúhelníku opsané.

3.1.3 Osová souměrnost - Úlohy na domácí přípravu

15. Dokažte následující větu

Věta 12. *V každém trojúhelníku dělí osa libovolného vnitřního úhlu protější stranu v poměru stran přilehlých.*

16. Napište rovnice osové souměrnosti, zobrazující počátek na bod $[1, 5]$.

17. Je dána přímka p a dvě kružnice k_1, k_2 oddělené přímkou p. Sestrojte rovnostranný trojúhelník tak, aby na každé z kružnic k_1, k_2 byl jeden vrchol a jedna z výšek ležela na přímce p.

18. Jsou dány tři různé přímky p_1, p_2, p_3, procházející bodem S; na přímce p_1 je dán bod $A \neq S$. Sestrojte trojúhelník ABC, jehož osy vnitřních úhlů leží v přímkách p_1, p_2, p_3.

19. Jsou dány tři přímky o_1, o_2, o_3 procházející bodem O. Na o_1 dán bod A_1. Sestrojte $\triangle ABC$ tak, aby o_1, o_2, o_3 byly osami jeho stran a bod A_1 středem strany BC.

20. Jsou dány body X, Y a přímka p, která je odděluje. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC, jehož hlavním vrcholem je bod C, osou souměrnosti přímka p a jehož ramena mají danou velikost a. Přímka AC nechť prochází bodem X a přímka BC bodem Y.

21. Je dána přímka p a body A, B, ležící ve stejné polorovině s hraniční přímkou p. Sestrojte bod $X \in p$ tak, aby $|\angle AXp| = 2|\angle BXp|$.

22. Jsou dány body A, B, C a přímka p kolmá k přímce AB tak, že prochází bodem C a body A, B leží v téže polorovině určené přímkou p. Sestrojte na přímce p takový bod X, aby z něho byla vidět úsečka AB pod stejným úhlem jako úsečka BC.

23. Obrazy středu S kružnice opsané trojúhelníku ABC v osových souměrnostech podle přímek BC, AC, AB jsou vrcholy trojúhelníku $A_1B_1C_1$. Dokažte, že je tento trojúhelník shodný s trojúhelníkem ABC.