

3.5 Posunuté zrcadlení (Posunutá souměrnost)

PŘÍKLAD 3.8. Je dána přímka p a dva body A, B v téže polorovině s hraniční přímkou p . Na přímce p sestrojte úsečku XY délky d tak, aby součet $|AX| + |XY| + |YB|$ byl co nejmenší.

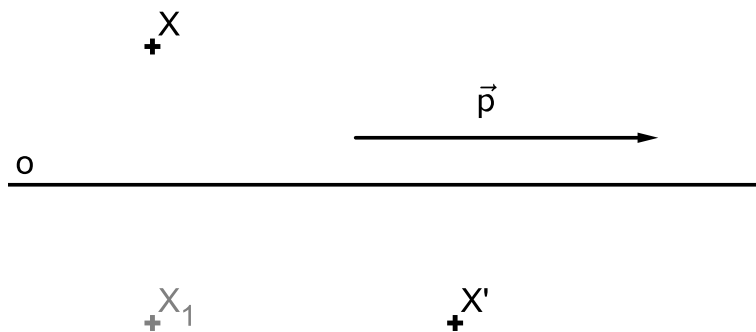
Víme, že každá shodnost v rovině se dá složit z nejvýše tří osových souměrností. V případech jedné a dvou osových souměrností už máme jasno - složením jedné osově souměrnosti může vzniknout samozřejmě jenom tato souměrnost, složením dvou osových souměrností pak lze vytvořit otočení (různoběžné osy), středovou souměrnost (kolmé osy), posunutí (rovnoběžné osy) a identitu (dvě totožné osy). Každé z těchto zobrazení je zároveň unikátní svou skladbou samodružných bodů a směrů

- osová souměrnost má přímku samodružných bodů a dva na sebe kolmé samodružné směry,
- otočení má jediný samodružný bod a žádný samodružný směr,
- středová souměrnost má jediný samodružný bod a všechny směry samodružné,
- identita má všechny body i směry samodružné.

Pokud existuje nějaké další shodné zobrazení, nemůže mít žádný samodružný bod (jinak by to bylo otočení, středová souměrnost, osová souměrnost nebo identita). Naším úkolem je proto vyšetřit, zda **existuje shodné zobrazení bez samodružných bodů, které vznikne složením tří osových souměrností.**

Ukáže se, že takové zobrazení skutečně existuje. Nazveme ho *posunuté zrcadlení* (též *posunutá souměrnost*).

Definice 15. Je dána přímka o . Zobrazení složené z posunutí ve směru přímky o a osově souměrnosti podle osy o se nazývá *posunuté zrcadlení* (též *posunutá souměrnost*).



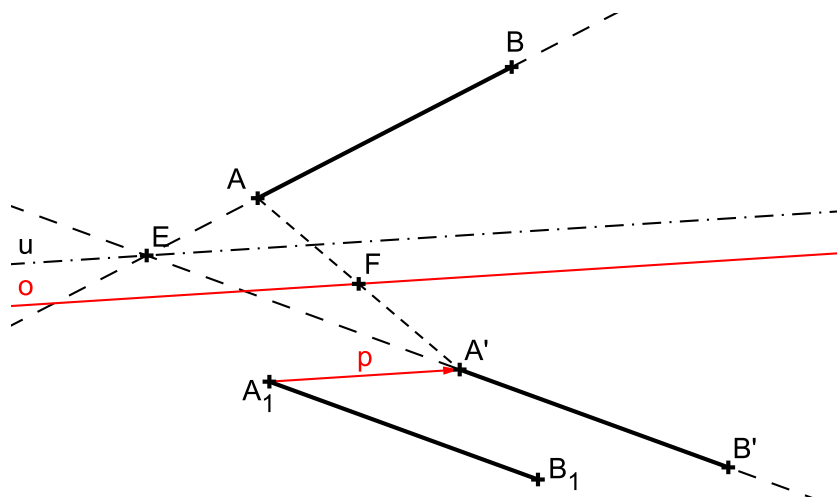
Obrázek 15: Posunuté zrcadlení $Z : X \rightarrow X'$

Věta 22. Posunuté zrcadlení se dá složit z osové a středové souměrnosti, přičemž střed středové souměrnosti neleží na ose osové souměrnosti.

Věta 23. Posunuté zrcadlení nemá samodružné body.

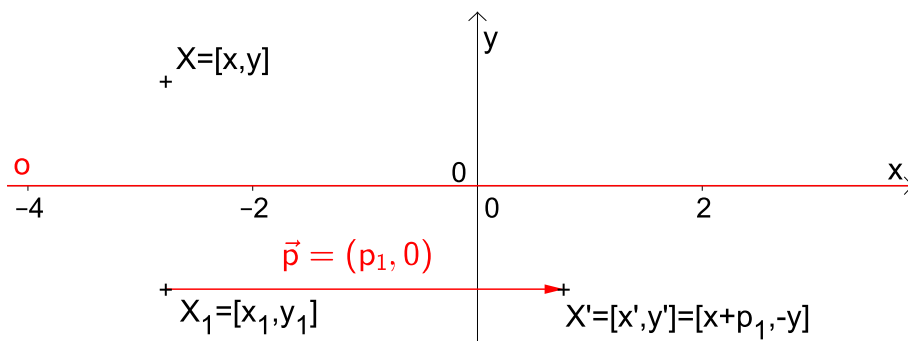
PŘÍKLAD 3.9. Nechť AB , $A'B'$ jsou různoběžné a shodné úsečky. Dokažte, že existuje posunuté zrcadlení nebo osová souměrnost, které převádějí body A , B po řadě v body A' , B' .

Řešení:



Obrázek 16: Posunuté zrcadlení $\mathcal{Z} : AB \rightarrow A'B'$

3.5.1 Analytické vyjádření posunutého zrcadlení



Obrázek 17: Posunuté zrcadlení $\mathcal{Z} : X \rightarrow X'$

Posunuté zrcadlení dané osou souměrnosti v ose x a vektorem posunutí $\vec{p} = (p_1, 0)$ (viz Obr. 17)

$$\mathcal{Z} : \begin{aligned} x' &= x + p_1, \\ y' &= -y. \end{aligned}$$