11.8 Skládání shodných zobrazení

11.9 Shodnosti přímé a nepřímé

(a) Přímou shodnost lze rozložit v sudý počet osových souměrností, nepřímou shodnost v lichý počet osových souměrností.

(b) Složíme-li dvě shodnosti přímé nebo dvě shodnosti nepřímé, dostaneme shodnost přímou; složíme-li shodnost přímou a nepřímou, vznikne shodnost nepřímá.

11.10 Grupa shodností v rovině

Poznatky získané řešením výše uvedených příkladů nasvědčují tomu, že *množina shodností* v rovině spolu *s operací skládání zobrazení* tvoří grupu[1]. Některé podmnožiny množiny shodností navíc tvoří spolu s operací skládání zobrazení podgrupy.

PŘÍKLAD 11.8. *Ověřte následující tvrzení:*

(a) Všechny shodnosti v rovině tvoří grupu G_S.

(b) Všechny přímé shodnosti tvoří podgrupu G'_S grupy G_S.

(c) Množina všech translací doplněná identitou, tvoří grupu, která je podgrupou grupy přímých shodností.

(d) Množina všech translací a středových souměrností, doplněná identitou, tvoří podgrupu grupy G'_S.

PŘÍKLAD 11.9. *Trojúhelník ABC byl převeden otočením daného smyslu se středem S a úhlem velikosti $\omega = 120^\circ$ v trojúhelník $A_1B_1C_1$, který byl dále převeden posunutím $\mathcal{T}(A_1 \to A_2)$ v trojúhelník $A_2B_2C_2$. Určete otočení, které převádí přímo $\triangle ABC$ v $\triangle A_2B_2C_2$.*

PŘÍKLAD 11.10. *Je dán rovnostranný trojúhelník ABC. Najděte všechny shodnosti, které převádějí tento trojúhelník do něho samého. Zkoumejte vlastnosti množiny těchto shodností spolu s operací skládání shodností.*

[1]Množinu G, v níž je definována operace $\circ$ nazýváme grupou vzhledem k operaci $\circ$ (značíme $(G, \circ)$), právě když:
a) Výsledek operace $\circ$ je pro každou dvojici prvků G opět prvkem G (říkáme, že operace $\circ$ je na G neomezeně definovaná, nebo, že množina G je uzavřená vzhledem k operaci $\circ$).
b) Operace $\circ$ je asociativní v množině G.
c) Operace $\circ$ má neutrální prvek $n \in G$.
d) Ke každému prvku $k \in G$ existuje inverzní prvek $k^{-1} \in G$ vzhledem k operaci $\circ$.
Je-li navíc operace $\circ$ komutativní v množině G, nazýváme algebraickou strukturu $(G, \circ)$ komutativní grupou.