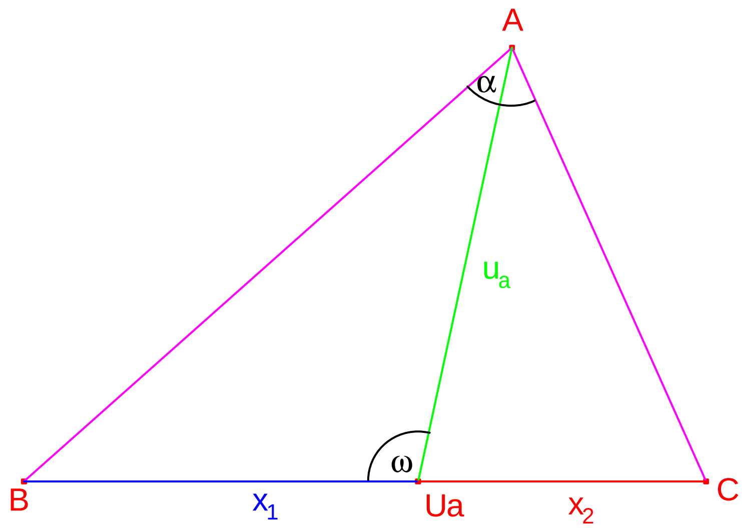
Rozbor úlohy 17:

Tato úloha (ač na to na první pohled nevypadá) je dosti složitá a při jejím rozboru se neobejdeme bez počítání. Použijeme sinovou větu v trojúhelníku ABU_a a AU_aC (viz obr.); všimněte si, že nemůže být $\omega = \frac{\alpha}{2}$:



$$\frac{x_1}{u_a} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\left(\pi - \frac{\alpha}{2} - \omega\right)} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\left(\omega + \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

$$\frac{x_2}{u_a} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\left[\pi - \frac{\alpha}{2} - (\pi - \omega)\right]} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Odtud dostáváme

$$a = u_a \sin\frac{\alpha}{2}\left(\frac{1}{\sin\left(\omega + \frac{\alpha}{2}\right)} + \frac{1}{\sin\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right)}\right) = u_a \sin\frac{\alpha}{2}\frac{\sin\left(\omega + \frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\omega + \frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right)} =$$

$$= u_a \sin\frac{\alpha}{2}\frac{2\sin\omega\cos\frac{\alpha}{2}}{\frac{1}{2}(\cos\alpha - \cos 2\omega)} = \frac{4u_a \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\omega}{\cos\alpha - 1 + 2\sin^2\omega} = \frac{4u_a \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\omega}{2\sin^2\omega - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Vychází kvadratická rovnice pro $\sin\omega$:

$$a\sin^2\omega - 2u_a \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\omega - a\sin^2\frac{\alpha}{2} = 0\,.$$

Jejím řešením dostáváme (druhé řešení nemá geometrický význam):

$$\sin\omega = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{a}\left(u_a\cos\frac{\alpha}{2} + \sqrt{u_a^2\cos^2\frac{\alpha}{2} + a^2}\right),$$

$$\frac{\sin\omega}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{a}\left(u_a\cos\frac{\alpha}{2} + \sqrt{u_a^2\cos^2\frac{\alpha}{2} + a^2}\right).$$

Konstrukce: Její idea spočívá v tom, že poslední rovnost interpretujeme jako sinovou větu.