

## Cvičení - Báze vektorového prostoru, souřadnice vektoru vzhledem k bázi

**Příklad 1:** Rozhodněte, zda je daná množina vektorů  $M_i$  bází vektorového prostoru  $\mathbb{R}^3$ . Pokud ano, určete souřadnice vektoru  $\vec{a} = (1, -2, 5)$  vzhledem k této bázi. Pokud ne, uveďte, jaký vektorový „podprostor“ daná množina generuje.

- a)  $M_1 = \{(-1, 0, 2), (3, 1, -1), (2, 1, 1)\}$ ,
- b)  $M_2 = \{(2, 1, 2), (1, 1, -1), (2, 1, 1)\}$ ,
- c)  $M_3 = \{(5, 0, 1), (0, 1, 3), (1, 1, 1), (1, 0, 2)\}$ ,
- d)  $M_4 = \{(2, -4, 6), (-1, 2, -3), (4, -8, 12)\}$ ,
- e)  $M_5 = \{(1, 2, 0, 1), (2, 0, 1, -3), (1, 1, 1, 1)\}$ ,
- f)  $M_6 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ ,
- g)  $M_7 = \{(1, 2), (-1, 5), (1, 1)\}$ .

**Příklad 2:** Jsou uvedené polynomy bází vektorového prostoru polynomů stupně nejvýše 2?

- a)  $1 - 3x + 2x^2, 1 + x + 4x^2, 1 - 7x,$
- b)  $4 + 6x + x^2, -1 + 4x + 2x^2, 5 + 2x - x^2.$

**Příklad 3:** Nechť  $P_3$  je vektorový prostor polynomů nejvýše třetího stupně. Ověřte, zda je množina  $M = x + 1, x - 1, (x + 1)^2, (x + 1)^3$  bází tohoto vektorového prostoru. Pokud ano, určete souřadnice polynomu  $p(x) = x^3 - 2x + 3$  vzhledem k této bázi.

**Příklad 4:** Nechť  $P_3$  je vektorový prostor polynomů nejvýše třetího stupně. Ověřte, zda je množina polynomů  $M = \{x^3 + 2x^2 + 1, x^3 + x^2 + x, x^3 + 1, x^2 + 1\}$  bází tohoto vektorového prostoru. Pokud ano, určete souřadnice polynomu  $p(x) = x^3 + x^2 - x + 2$  vzhledem k této bázi.

**Příklad 5:** Vytvořte bázi vektorového prostoru  $\mathbb{R}^5$ , která obsahuje vektory  $(1, 2, 0, 1, 2), (2, 3, -1, 5, 4), (-1, 0, -2, 0, 1)$ . Potom určete souřadnice vektoru  $(2, 1, 1, 0, 1)$  vzhledem k této, vámi vytvořené, bázi.

**Příklad 6:** Najděte bázi vektorového prostoru  $\mathbb{R}^5$ , která obsahuje vektory  $(1, 2, 0, 1, 2), (2, 5, -1, 8, 4), (-1, 0, -2, 3, -1)$ .

**Příklad 7:** Najděte bázi vektorového prostoru  $V$ , která obsahuje daný vektor  $\vec{u}$ :

- a)  $V = [(1, 2, 3, -1), (1, 0, 1, -2), (-2, 1, 4, 3)], \vec{u} = (1, 1, 7, -3),$
- b)  $V = [(2, 1, 0, 1), (-1, 1, 2, 3), (2, 3, 4, 0)], \vec{u} = (4, 1, 0, -6).$

**Příklad 8:** Určete dimenzi vektorového prostoru

$V = \{(1, 1, 0, 2, 3), (2, -1, 1, 2, 3), (-1, 0, 1, 1, 2), (2, 0, 1, -1, 0)\}$ . Pokud to jde, vytvořte jeho bázi tak, aby obsahovala vektor  $(-4, 1, 1, 0, 1)$ .