2 Základní pojmy množinové algebry

Množina - soubor objektů (prvků)

Množina je určena, pokud jsou dány všechny její prvky:

i) **výčtem**, např. $M = \{1, 2, 3\}$

ii) **charakteristickou vlastností**, např. $N = \{x \in R; x \geq 100\}$

Potom pro uvedené množiny platí např. $500 \in N$, $500 \notin M$

Prázdná množina

$$\emptyset \text{ nebo } \{\}$$

Podmnožina

$$A \subseteq B$$

Definice: $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall\, x; x \in A \Rightarrow x \in B$

Hovoříme o **(neostré) inkluzi**, tj. připouštíme i rovnost množin ($A = B$).

Vlastní podmnožina

$$A \subset B$$

Definice: $A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge A \neq B)$

V tomto případě hovoříme o **ostré inkluzi**, tj. vylučujeme rovnost množin.

Rovnost množin

$$A = B$$

Definice: $A = B \Leftrightarrow \forall\, x, y; (x \in A \Rightarrow x \in B) \wedge (y \in B \Rightarrow y \in A)$

nebo pomocí inkluze: $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$

Poznámka:

Prázdná množina je podmnožinou každé množiny, tj. $\forall\, M; \emptyset \subseteq M$.

Potenční množina množiny M

$$P(M)$$

Potenční množina množiny M je množinou všech podmnožin množiny M. Pro počet prvků potenční množiny (tj. počet podmnožin dané množiny M) platí:

$$|M| = n \Rightarrow |P(M)| = 2^n,$$

kde $|M|$ je zápis pro počet prvků množiny M.

2.1 Operace s množinami

Sjednocení

$$A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}$$

Sjednocení množin je operace **komutativní** a **asociativní**.

Průnik

$$A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$$

Průnik množin je operace **komutativní** a **asociativní**.

Pokud $A \cap B = \emptyset$, říkáme, že množiny A, B jsou **disjunktní**

Pokud $A \cap B \neq \emptyset$, říkáme, že množiny A, B jsou **incidentní**

Pro operace průnik a sjednocení platí **distributivní zákony**:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Rozdíl

$$A \setminus B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}$$

Rozdíl množin značíme též takto $A - B$. Rozdíl množin **není komutativní**.

Symetrický rozdíl: $A \div B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Doplněk (komplement) množiny A v množině M

$$A'_M = M \setminus A$$

Doplněk množiny A do množiny M značíme též $\bar{A}_M$.
Pokud jsou všechny uvažované množiny podmnožinou stejné množiny M, tj. např $A \subseteq M$ a zároveň $B \subseteq M$, vynecháváme v zápisu doplňku symbol M. Místo A'_M, B'_M tak píšeme jenom A', B'.

de Morganova pravidla:

$$A \setminus B = A \cap B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

ÚKOL: Dokažte, že pro libovolné tři množiny A, B, C platí:

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

ÚKOL: Dokažte distributivní zákon:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$