

4 Vybrané algebraické struktury

Algebraickou strukturou rozumíme množinu spolu s jednou nebo i více operacemi, které jsou na ní (neomezeně) definované. Zapisujeme $(M, *)$ nebo (K, \diamond, \circ) , kde M, K jsou množiny a $*, \diamond, \circ$ jsou operace na nich definované ($*$ je operace na M a \diamond spolu s \circ jsou operacemi na K).

Příklady algebraických struktur:

- Množina celých čísel (Z) spolu s operací sčítání $(+)$: $(Z, +)$
- Množina reálných čísel (R) spolu s operacemi sčítání $(+)$ a násobení (\cdot) : $(R, +, \cdot)$
- Množina M čtvercových matic typu $(2, 2)$ spolu s operací násobení matic (\cdot) : (M, \cdot)
- Množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ spolu s operacemi sčítání \oplus a násobení \otimes na hodinovém ciferníku: (M, \oplus, \otimes)

GRUPA, KOMUTATIVNÍ (ABELOVA) GRUPA

DEFINICE 1. *Struktura $(M, *)$ se nazývá grupa, právě když je strukturou:*

- asociativní**, tj. $\forall x, y, z \in M; x * (y * z) = (x * y) * z$,
- s neutrálním prvkem**, tj. $\exists e \in M, \forall x \in M; x * e = e * x = x$,
- s inverzními prvky**, tj. $\forall x \in M, \exists y \in M; x * y = y * x = e$.

*Je-li struktura $(M, *)$ navíc komutativní, nazývá se **komutativní grupa** nebo též **Abelova grupa**.*

Příklady grup:

$(Z, +)$, $(Q, +)$, $(R, +)$, $(C, +)$, $(Q - \{0\}, \cdot)$, $(R - \{0\}, \cdot)$, $(C - \{0\}, \cdot)$.

Množina povelů $\{\text{stát, vlevo vbok, vpravo vbok, čelem vzad}\}$ spolu s operací skládání.

TĚLESO

Algebraická struktura těleso je zobecněním vlastností množiny reálných čísel spolu s operací sčítání a násobení, tj. struktury $(R, +, \cdot)$.

DEFINICE 2. *Struktura $(T, +, \cdot)$ se nazývá **těleso**, právě když je $(+, \cdot)$ -distributivní, když struktura $(T, +)$ je komutativní grupa (tzv. aditivní grupa tělesa) a když struktura $(T - \{0\}, \cdot)$, kde 0 je nulový prvek grupy $(T, +)$, je grupa (tzv. multiplikativní grupa tělesa T). Je-li navíc grupa $(T - \{0\}, \cdot)$ komutativní, nazývá se T **komutativní těleso**.*

Příklady těles: $(Q, +, \cdot)$, $(R, +, \cdot)$, $(C, +, \cdot)$.