
Lineární kombinace. Lineární závislost a nezávislost.

Příklad 1: Jsou dány vektory $\vec{a} = (1, 2, 3, 4)$, $\vec{b} = (1, 1, 1, -1)$, $\vec{c} = (1, 0, -2, -6)$. Vypočítejte:

- a) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$,
- b) $(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{c}$,
- c) $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

Příklad 2: Zjistěte, která dvojice čísel c_1, c_2 splňuje vztah

- a) $c_1(-3, 4) + c_2(1, 2) = (0, 0)$;
- b) $c_1\vec{a} + c_2\vec{b} = \vec{o}$, jestliže $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (-6, 3)$, $\vec{o} = (0, 0)$.

Příklad 3: Zjistěte, při které hodnotě c je vektor $\vec{b} = (7, -2, c)$ lineární kombinací vektorů $\vec{a}_1 = (2, 3, 5)$, $\vec{a}_2 = (3, 7, 8)$, $\vec{a}_3 = (1, -6, 1)$.

Příklad 4: Zjistěte, který z vektorů $\vec{a}_1 = (2, 2, 0, 0, -1)$, $\vec{a}_2 = (1, 1, 5, 5, 1)$ je lineární kombinací vektorů $\vec{a}_3 = (1, 1, 1, 1, 0)$, $\vec{a}_4 = (1, 1, -1, -1, -1)$, $\vec{a}_5 = (1, -1, -1, 0, 0)$.

Příklad 5: Určete koeficienty lineární kombinace polynomů $q_1(x) = x + 1$, $q_2(x) = x - 1$, $q_3(x) = (x + 1)^2$, $q_4(x) = (x + 1)^3$, která je rovna polynomu $p(x) = x^3 - 2x + 3$.

Příklad 6: Určete koeficienty lineární kombinace polynomů $a_1(x) = 1 - 3x + 2x^2$, $a_2(x) = 1 + x + 4x^2$, $a_3(x) = 1 + 7x^2$, která je rovna polynomu $b(x) = 3 - 2x + x^2$.

Příklad 7: Zjistěte, zda jsou dané vektory lineárně závislé nebo nezávislé. Po zjištění lineární závislosti určete tu jejich lineární kombinaci, která je rovna nulovému vektoru.

- a) $\vec{a} = (2, 5, 7)$, $\vec{b} = (6, 3, 4)$, $\vec{c} = (5, -2, 3)$,
- b) $\vec{a} = (6, 4, 2)$, $\vec{b} = (-9, 6, 3)$, $\vec{c} = (-3, 6, 3)$.
- c) $\vec{a} = (-1, 0, 3)$, $\vec{b} = (4, 2, 0)$, $\vec{c} = (-5, -1, 9)$.
- d) $\vec{a} = (1, 3, 5)$, $\vec{b} = (2, 4, 6)$,
- e) $\vec{a} = (3, -8, 1)$, $\vec{b} = (-6, 16, -2)$,
- f) $\vec{a} = (3, 2, 7)$, $\vec{b} = (1, 1, 1)$, $\vec{c} = (2, 0, 3)$,
- g) $\vec{a} = (3, 2, 0)$, $\vec{b} = (1, 1, 1)$, $\vec{c} = (5, 4, 2)$,
- h) $\vec{a} = (1, 0, 0, 0)$, $\vec{b} = (2, 1, 0, 1)$, $\vec{c} = (3, 2, 1, 1)$,
- i) $\vec{a} = (3, 0, 1, 0)$, $\vec{b} = (0, 3, 0, 1)$, $\vec{c} = (0, 1, 0, 3)$, $\vec{d} = (1, 0, 3, 0)$.

Příklad 8: Nechtě $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ jsou lineárně nezávislé vektory vektorového prostoru V . Rozhodněte, zda jsou lineárně nezávislé i tyto vektory:

$$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}, \quad \vec{u} - \vec{v} - 2\vec{w}, \quad 3\vec{u} + \vec{v}.$$

Příklad 9: Nechtě $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ jsou lineárně nezávislé vektory vektorového prostoru V . Rozhodněte, zda jsou tyto vektory lineárně nezávislé:

$$2\vec{u} - \vec{v}, \vec{u} + 3\vec{v}, \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}.$$