1.8 Shodnosti přímé a nepřímé

Věta 19.
a) Přímou shodnost lze rozložit v sudý počet osových souměrností, nepřímou shodnost v lichý počet osových souměrností.
b) Složíme-li **dvě shodnosti přímé** *nebo* **dvě shodnosti nepřímé**, *dostaneme* **shodnost přímou**; *složíme-li* **shodnost přímou a nepřímou**, *vznikne* **shodnost nepřímá**.

Věta 20 (O určenosti shodného zobrazení 2). *Buďte ABC, KLM dva trojúhelníky; pak existuje jediná shodnost, která převádí bod A v bod K, polopřímku AB v polopřímku KL a polorovinu ABC v polorovinu KLM.*

1.9 Grupa shodností v rovině

Dokažte:

1. Složením (v libovolném pořadí) translace $\mathcal{T}$ a rotace $\mathcal{R}$, která není středovou souměrností, vznikne rotace téhož smyslu i úhlu jako $\mathcal{R}$.

2. Složením dvou translací vznikne translace nebo identita.

3. Složením translace a středové souměrnosti v libovolném pořádku vznikne středová souměrnost.

4. Složením středové souměrnosti $\mathcal{S}_1$ se středem S_1 a středové souměrnosti $\mathcal{S}_2$ se středem $S_2 \neq S_1$ vznikne translace $\mathcal{T}(S_1 \to S_2')$, přičemž úsečka S_1S_2' má střed S_2. Je-li $S_1 \equiv S_2$ je $\mathcal{S}_1\mathcal{S}_2$ identita.

PŘÍKLAD 1.10. *Trojúhelník ABC byl převeden otočením daného smyslu se středem S a úhlem velikosti $\omega = 120°$ v trojúhelník $A_1B_1C_1$, který byl dále převeden posunutím $\mathcal{T}(A_1 \to A_2)$ v trojúhelník $A_2B_2C_2$. Určete otočení, které převádí přímo $\triangle ABC$ v $\triangle A_2B_2C_2$.*

PŘÍKLAD 1.11. *Je dán rovnostranný trojúhelník ABC. Najděte všechny shodnosti, které převádějí tento trojúhelník do něho samého. Zkoumejte vlastnosti množiny těchto shodností spolu s operací skládání shodností.*

DEFINICE 9. *Množinu* **G** *zobrazení nazýváme* **grupou**, *má-li tyto vlastnosti:*
1. Složením dvou libovolných zobrazení z množiny **G** *vznikne opět zobrazení z množiny* **G**.
2. Obsahuje-li množina **G** *určité zobrazení, obsahuje i zobrazení k němu inverzní.*

Věta 21.
a) Všechny shodnosti v rovině tvoří grupu $\mathbf{G_S}$.
b) Všechny přímé shodnosti tvoří podgrupu $\mathbf{G'_S}$ grupy $\mathbf{G_S}$.
c) Množina všech translací doplněná identitou, tvoří grupu, která je podgrupou grupy přímých shodností.
d) Množina všech translací a středových souměrností, doplněná identitou, tvoří podgrupu grupy $\mathbf{G'_S}$.