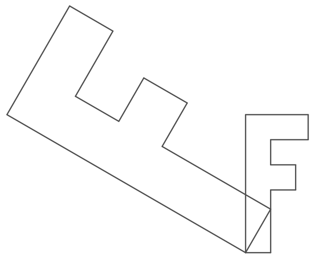
7 Podobná zobrazení

7.1 Podobné zobrazení

Úkol: Napište rovnice pro zobrazení v rovině, které každý útvar otočí kolem počátku o úhel α a dvakrát zvětší (viz Obr. 1).



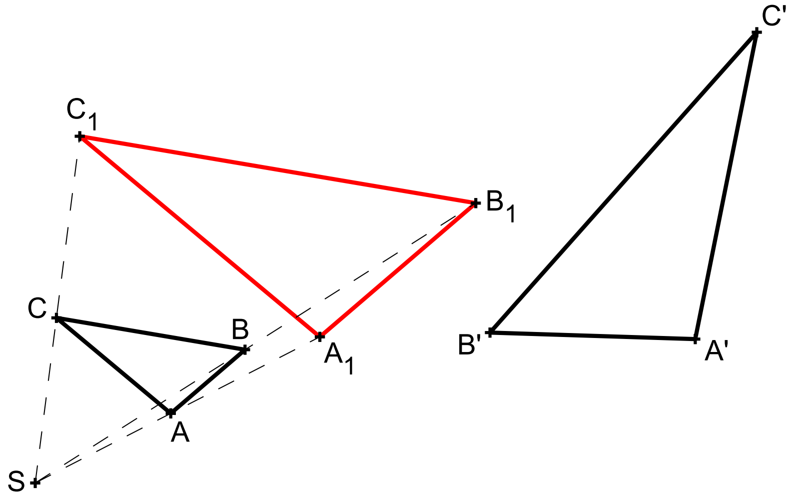
Obrázek 23: Podobné zobrazení v rovině

Definice 22. *Zobrazení f roviny (euklidovského prostoru E_2) na sebe se nazývá „podobnou transformací roviny“ (též „podobností v rovině“), jestliže existuje kladné reálné číslo k tak, že pro každé dva body X, Y roviny a jejich obrazy X', Y' platí:*

$$|X'Y'| = k|XY|.$$

Číslo k se nazývá koeficient podobnosti f.

Poznámky.
1. Každé podobné zobrazení je afinní.
2. Podobnosti s koeficientem $k \neq 1$ nazýváme *vlastní podobností.*



Obrázek 24: Každou podobnost lze rozložit na stejnolehlost a shodnost

Věta 24. *Každou podobnost v rovině s poměrem podobnosti k lze rozložit na stejnolehlost $H(S,k)$ a shodnost Z. Přitom střed stejnolehlosti můžeme volit libovolně a shodnost Z je tím určena jednoznačně.*

Věta 25 (O určenosti podobnosti v rovině). *Každá podobnost v rovině je jednoznačně určena trojúhelníkem ABC a jeho obrazem $A'B'C'$ takovým, že $|A'B'| = k|AB|, |B'C'| = k|BC|, |A'C'| = k|AC|$, kde k, $k > 0$, je koeficient této podobnosti.*

PŘÍKLAD 7.1. *V euklidovské rovině je dán čtverec $ABCD$ se středem S. Existuje právě jedno podobné zobrazení roviny čtverce do sebe, při kterém se body A, B, S zobrazí po řadě na body D, B, C. Rozložte toto podobné zobrazení na stejnolehlost a shodné zobrazení.*

Věta 26. *Každá vlastní podobnost eukleidovské roviny je buď stejnolehlost, nebo stejnolehlost složená s otočením kolem středu stejnolehlosti, nebo stejnolehlost složená s osovou souměrností, jejíž osa prochází středem souměrnosti.*

Věta 27. *Každá vlastní podobnost má právě jeden samodružný bod.*