

8.4 Podobnosti eukleidovské roviny

Grupa podobností

Množina všech podobností eukleidovského prostoru E_n spolu s operací skládání tvoří grupu - tzv. *grupu podobností prostoru E_n* .

Víme, že každé podobné zobrazení eukleidovské roviny do sebe lze složit ze *stejnolehlosti* a *shodnosti*.

1. Stejnolehlost H volíme se středem v počátku soustavy souřadnic a s koeficientem $k > 0$:

$$H : X \mapsto \bar{X}; \quad \bar{x} = kx \\ \bar{y} = ky.$$

2. Shodnost S je buď přímá nebo nepřímá:

$$S : \bar{X} \mapsto X'; \quad x' = \bar{x} \cos \alpha \mp \bar{y} \sin \alpha + p \\ y' = \bar{x} \sin \alpha \pm \bar{y} \cos \alpha + q.$$

Výsledkem složení $S \circ H$ je potom přímá nebo nepřímá podobnost.

Přímá podobnost	Nepřímá podobnost
$x' = kx \cos \alpha - ky \sin \alpha + p$ $y' = kx \sin \alpha + ky \cos \alpha + q.$	$x' = kx \cos \alpha + ky \sin \alpha + p$ $y' = kx \sin \alpha - ky \cos \alpha + q.$
$x' = ax - by + p$ $y' = bx + ay + q.$	$x' = ax + by + p$ $y' = bx - ay + q.$
$A^T \cdot A = (a^2 + b^2) \cdot I; \quad k = \sqrt{a^2 + b^2}$	

Věta 31. *Každá vlastní podobnost eukleidovské roviny je buď stejnolehlost, nebo stejnolehlost složená s otočením kolem středu stejnolehlosti, nebo stejnolehlost složená s osovou souměrností, jejíž osa prochází středem stejnolehlosti.*