

8.4.1 Úlohy – Podobnosti

1. Najděte všechny podobnosti euklidovské roviny, při kterých se bod $[1, 0]$ zobrazí na bod $[4, -2]$ a bod $[2, 3]$ na bod $[2, -8]$.
2. **Eulerovými body** se nazývají středy úseček spojujících vrcholy trojúhelníku s průsečíkem jeho výšek. Dokažte následující tvrzení: *Středy stran, paty výšek a Eulerovy body libovolného trojúhelníku leží na jedné kružnici. (Tato kružnice se nazývá kružnice devíti bodů, Eulerova kružnice nebo Feuerbachova kružnice.)*
3. Najděte podobnost euklidovské roviny, při které se zobrazí počátek na bod $[0, 2]$, bod $[1, 1]$ na počátek a bod $[2, 0]$ na bod $[2, p]$. Určete p a najděte samodružné body a směry nalezené podobnosti.
4. Najděte rovnice podobnosti, při které je počátek samodružný a obrazem bodu $[5, -3]$ je bod $[1, 1]$.
5. Určete všechny podobnosti, pro které jsou bod $[1, 1]$ a směr vektoru $(1, 1)$ samodružné.
6. Napište rovnice všech podobností zobrazujících body $[1, 2]$ a $[0, 1]$ po řadě na body $[3, -1]$, $[4, 2]$. Rozložte je na stejnoolehlost a shodnost.
7. V rovině je dán čtverec $ABCD$ se středem S . Určete obraz bodu C v podobnosti, která zobrazuje body A, B, S po řadě na body B, D, C . Určete samodružný bod této podobnosti.
8. Sestrojte alespoň jeden trojúhelník ABC , pro který platí $|AB| : |AC| = 3 : 5$, $\alpha = 60^\circ$, $\rho = 1,8\text{cm}$ (poloměr kružnice vepsané).
9. Sestrojte kosodélník $ABCD$, je-li dáno $|\angle DAB| = \alpha$, $|\angle ABD| = \varepsilon$, $|AC| = e$.
10. Je dána kružnice k a bod A , který je bodem vnější oblasti kružnice k . Sestrojte všechny sečny kružnice k , které procházejí bodem A a pro jejichž průsečíky X, Y s kružnicí platí $|AX| = 2|AY|$.
11. Je dána kružnice $k(S; 4\text{cm})$, její tečna t a bod $M \in k$ tak, že $|Mt| = 2\text{cm}$. Sestrojte úsečku XY procházející bodem M tak, aby $X \in k, Y \in t$ a $|MX| : |MY| = 3 : 2$.
12. Jsou dány dvě různoběžky a, b a kružnice k tak, že $P \in a \cap b$ je bodem vnitřní oblasti kružnice k . Sestrojte všechny kružnice, které se dotýkají přímek a, b i kružnice k .