1. **Afinní zobrazení.** Vysvětlete a pomocí příkladů ilustrujte pojmy: Afinní bodový prostor, afinní zobrazení, dělicí poměr, afinní transformace roviny – afinita, ekviafinita. Jaké je analytické vyjádření afinity v rovině? Vyslovte větu o určenosti afinity v rovině. Naznačte její důkaz.

   PRAKTICKÝ ÚKOL: Uveďte řešení Fagnanova problému, tj. *vepsání trojúhelníku o nejmenším obvodu danému ostroúhlému trojúhelníku.* Naznačte postup důkazu správnosti tohoto řešení.

2. **Shodná zobrazení v rovině.** Uveďte definici shodného zobrazení v rovině a jeho vlastnosti. Vyslovte větu o určenosti shodného zobrazení v rovině. Naznačte její důkaz. Jaké je analytické vyjádření shodnosti v rovině? Jak poznáme, že afinita v rovině je shodností? Jaké shodnosti jsou přímé a jaké jsou nepřímé? Co to znamená?

   PRAKTICKÝ ÚKOL: Dokažte následující větu: *V každém trojúhelníku dělí osa libovolného vnitřního úhlu protější stranu v poměru stran přilehlých.*

3. **Analytické vyjádření shodnosti v rovině.** Jak vypadá analytické vyjádření shodnosti v rovině. Jak poznáme, že afinita v rovině je shodností? Co to je asociovaný homomorfismus a jaký je jeho význam? Vysvětlete pojmy samodružný bod a samodružný směr. Popište, jak určujeme samodružné body a směry shodností v rovině.

   PRAKTICKÝ ÚKOL: Dokažte Vivianiho větu: *Součet vzdáleností libovolného bodu v rovnostranném trojúhelníku od jeho stran je roven výšce tohoto trojúhelníku.*

4. **Osová souměrnost.** Uveďte definici osové souměrnosti a její vlastnosti. Jaké jsou její samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření osové souměrnosti s obecně umístěnou osou. Jak můžeme rozložit jednotlivé shodnosti na osové souměrnosti. Jak rozlišujeme shodnosti v E_2 na přímé a nepřímé?

   PRAKTICKÝ ÚKOL: Dokažte Vivianiho větu: *Součet vzdáleností libovolného bodu v rovnostranném trojúhelníku od jeho stran je roven výšce tohoto trojúhelníku.*

5. **Otočení. Středová souměrnost.** Uveďte definici otočení a jeho vlastnosti. Jaké jsou jeho samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření otočení se středem v počátku i momo počátek. Popište rozklad otočení na osové souměrnosti.
   Uveďte definici středové souměrnosti a její vlastnosti. Jaké jsou její samodružnéd body a směry? Uveďte analytické vyjádření středové souměrnosti. Popište rozklad středové souměrnosti na osové souměrnosti.

   PRAKTICKÝ ÚKOL: Vysvětlete princip konstrukce *Fermatova bodu*, tj. bodu, pro který je *součet jeho vzdáleností od vrcholů trojúhelníku minimální*, pro ostroúhlý trojúhelník.

6. **Posunutí. Posunuté zrcadlení (posunutá souměrnost).** Uveďte definici posunutí a jeho vlastnosti. Jaké jsou jeho samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření posunutí. Popište rozklad posunutí na osové souměrnosti.
   Uveďte definici posunutého zrcadlení. Jaké jsou jeho samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření posunutého zrcadlení. Vysvětlete, jak vznikne posunuté zrcadlení složením ze tří osových souměrnosti.

   PRAKTICKÝ ÚKOL: Dokažte tvrzení, že *body souměrně sdružené s průsečíkem výšek podle stran trojúhelníku, leží na kružnici trojúhelníku opsané.*

7. Skládání shodností. Naznačte důkaz tvrzení, že každá shodnost v rovině se dá složit z nejvýše tří osových souměrností. Popište vznik jednotlivých shodností v rovině skládáním osových souměrností. Jak vznikají shodnosti přímé a nepřímé? Co platí pro jejich skládání? Jaké zobrazení vznikne složením translace a rotace, která není středovou souměrností? Je skládání shodností komutativní? Tvoří množina shodností v rovině spolu s operací skládání grupu? Jaké znáte grupy shodností v rovině?

PRAKTICKÝ ÚKOL: Je dána přímka p a body A, B v téže polorovině s hraniční přímkou p. Najděte všechny body $X \in p$ takové, že součet vzdáleností $|AX| + |BX|$ je minimální.

---

8. Podobné zobrazení. Uveďte definici podobného zobrazení. Vysvětlete pojmy vlastní a nevlastní podobnost. Ilustrujte příkladem možnost rozkladu podobností na stejnolehlost a shodnost. Platí to obecně? Jak vypadají rovnice podobností E_2? Vyslovte větu o určenosti podobného zobrazení. Jak poznáme, že afinita v rovině je podobností? Naznačte důkaz tvrzení, že každá vlastní podobnost má právě jeden samodružný bod.

PRAKTICKÝ ÚKOL: Afinní zobrazení euklidovské roviny na sebe zobrazuje vrchol A trojúhelníku ABC na bod B, bod B na bod C a bod C na bod A. Může to být zobrazení shodné? Jestliže ano, napište jeho rovnice vzhledem k vhodně zvolené kartézské soustavě souřadnic.

---

9. Stejnolehlost. Definujte stejnolehlost v rovině a uveďte její vlastnosti. Analytické vyjádření stejnolehlosti. Co může být výsledkem skládání dvou stejnolehlostí? Stejnolehlost kružnic. Vyslovte Mongeovu větu.

PRAKTICKÝ ÚKOL: Uveďte řešení Fagnanova problému, tj. *vepsání trojúhelníku o nejmenším obvodu danému ostroúhlému trojúhelníku.* Naznačte postup důkazu správnosti tohoto řešení.

---

10. Mocnost bodu ke kružnici. Uveďte definici a vlastnosti mocnosti bodu ke kružnici. Dokažte větu o mocnosti bodu ke kružnici. Definujte pojem chordála a uveďte její analytické vyjádření. Uveďte konkrétní příklad užití mocnosti bodu ke kružnici v konstrukční úloze.

PRAKTICKÝ ÚKOL: Dokažte následující větu: *V každém trojúhelníku dělí osa libovolného vnitřního úhlu protější stranu v poměru stran přilehlých.*

---

11. Klasifikace shodností v E_2 Uveďte hlavní myšlenky úplné klasifikace shodností v E_2. Objasněte roli samodružných bodů a směrů. Vysvětlete pojem asociovaný homomorfismus shodného zobrazení. Jaký je význam tohoto zobrazení? Vysvětlete pojmy charakteristická rovnice, vlastní číslo a vlastní vektor shodnosti v rovině. Uveďte přehled shodností v rovině.

PRAKTICKÝ ÚKOL: Dokažte tvrzení, že *body souměrně sdružené s průsečíkem výšek podle stran trojúhelníka, leží na kružnici trojúhelníku opsané.*

---

12. Samodružné body a směry shodností v rovině. Jednotlivé shodnosti v rovině chrakterizujte z hlediska jejich samodružných bodů a směrů. Jak určíme samodružné body a směry u shodnosti dané rovnicemi? Co to je charakteristická rovnice asociovaného homomorfismu shodnosti v rovině?

PRAKTICKÝ ÚKOL: Vysvětlete princip konstrukce *Fermatova bodu*, tj. bodu, pro který je *součet jeho vzdáleností od vrcholů trojúhelníku minimální*, pro ostroúhlý trojúhelník.

1. Sestrojte kružnici k, která prochází danými body $A \neq B$ a dotýká se dané přímky t.

2. Napište rovnice souměrnosti podle přímky $o: 2x-3y+1=0$ a rovnice otočení se středem $S[1,-2]$ o úhel $\alpha = 60°$.

3. Rozhodněte, zda je afinita daná rovnicemi $x' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 8, y' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 6$ shodností. Pokud ano, určete její samodružné body a směry zobrazení a uveďte, o jakou shodnost se jedná.

4. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dán obvod $o = 12cm$ a úhly $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$.

5. Jsou dány dvě různoběžky p, q a bod A mimo ně. Najděte body $B \in p$, $C \in q$ tak, aby obvod trojúhelníku ABC byl minimální.

6. Sestrojte lichoběžník $ABCD$ ($AB \| CD$), je-li dáno $b = 3cm$, $c = 2.5cm$, $d = 2.6cm$, $\alpha - \beta = 20°$.

7. Jsou dány různé rovnoběžné přímky a, b, c a bod A, který leží na přímce a. Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC, jejichž vrcholy B, C leží po řadě na přímkách b, c.

8. Jsou dány kružnice k, přímka p a bod A ležící vně k. Sestrojte rovnostranný trojúhelník s vrcholem v bodě A tak, aby zbývající vrcholy ležely na k a na p.

9. Je dána kružnice $k(S, r)$. Bodem P, který leží vně kružnice k, veďte přímku p, která protíná kružnici v bodech A, B tak, že A je středem úsečky BP.

10. Je dána úsečka AA_1 ($|AA_1| = 5cm$). Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je AA_1 těžnicí t_a a pro které platí: $c = 4cm, b = 7cm$.

11. Je dán trojúhelník ABC a jeho vnitřní bod M. Sestrojte všechny úsečky XY se středem M a s krajními body X, Y na hranici trojúhelníku.

12. Jsou dány přímka p a dvě nesoustředné kružnice $k_1(S_1, r_1)$, $k_2(S_2, r_2)$. Veďte přímku rovnoběžnou s přímkou p tak, aby na ní kružnice k_1, k_2 vytínaly shodné tětivy.

13. Sestrojte lichoběžník, jsou-li dány velikosti jeho stran a, b, c, d.

14. Sestrojte rovnoběžník, jsou-li dány délky jeho stran a velikost úhlu jeho úhlopříček.

15. Je dána kružnice k, přímka p, která je vnější přímkou kružnice k, a bod $A \in p$. Sestrojte všechny kružnice, které se dotýkají přímky p v bodě A a kružnice k.

16. Jsou dány dvě různoběžky a, b a bod M, který leží uvnitř jednoho jejich úhlu. Sestrojte všechny kružnice, které procházejí bodem M a dotýkají se přímek a, b.

17. Jsou dány dvě různoběžky m, n a kružnice k ležící uvnitř jednoho jejich úhlu. Sestrojte všechny kružnice, které se dotýkají přímek m, n i kružnice k.

18. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:
a) $v_a = 5cm$, $a : b : c = 2 : 3 : 4$,
b) α, β, t_c,