

1. **Afinní zobrazení.** Vysvětlete a pomocí příkladů ilustруйте pojmy: Afinní bodový prostor, afinní zobrazení, dělicí poměr, afinní transformace roviny – afinita, ekviafinita. Jaké je analytické vyjádření afinity v rovině?

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte Varignonovu větu: *Středy stran libovolného čtyřúhelníku tvoří rovnoběžník.*

2. **Shodná zobrazení v rovině.** Uveďte definici shodného zobrazení v rovině a jeho vlastnosti. Vyslovte větu o určenosti shodného zobrazení v rovině. Naznačte její důkaz. Jaké je analytické vyjádření shodnosti v rovině? Jak poznáme, že afinita v rovině je shodností? Jaké shodnosti jsou přímé a jaké jsou nepřímé? Co to znamená?

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte následující větu: *V každém trojúhelníku dělí osa libovolného vnitřního úhlu protější stranu v poměru stran přilehlých.*

3. **Analytické vyjádření shodnosti v rovině.** Jak vypadá analytické vyjádření shodnosti v rovině. Jak poznáme, že afinita v rovině je shodností? Co to je asociovaný homomorfismus a jaký je jeho význam? Vysvětlete pojmy samodružný bod a samodružný směr. Popište, jak určujeme samodružné body a směry shodností v rovině.

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte Vivianiho větu: *Součet vzdáleností libovolného bodu v rovnostranném trojúhelníku od jeho stran je roven výšce tohoto trojúhelníku.*

4. **Osová souměrnost.** Uveďte definici osové souměrnosti a její vlastnosti. Jaké jsou její samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření osové souměrnosti s obecně umístěnou osou. Jak můžeme rozložit jednotlivé shodnosti na osové souměrnosti. Vysvětlete pojmy přímá a nepřímá shodnost. Jak rozlišujeme shodnosti v  $E_2$  na přímé a nepřímé?

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte Vivianiho větu: *Součet vzdáleností libovolného bodu v rovnostranném trojúhelníku od jeho stran je roven výšce tohoto trojúhelníku.*

5. **Otočení. Středová souměrnost.** Uveďte definici otočení a jeho vlastnosti. Jaké jsou jeho samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření otočení se středem v počátku i mimo počátek. Popište rozklad otočení na osové souměrnosti. Uveďte definici středové souměrnosti a její vlastnosti. Jaké jsou její samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření středové souměrnosti. Popište rozklad středové souměrnosti na osové souměrnosti.

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte větu o tětiovém čtyřúhelníku: *Součet protilehlých vnitřních úhlů tětiového čtyřúhelníku je  $180^\circ$ .*

6. **Posunutí. Posunutá souměrnost.** Uveďte definici posunutí a jeho vlastnosti. Jaké jsou jeho samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření posunutí. Popište rozklad posunutí na osové souměrnosti.

Uveďte definici posunuté souměrnosti (posunutého zrcadlení). Jaké jsou jeho samodružné body a směry? Uveďte analytické vyjádření posunuté souměrnosti. Vysvětlete, jak vznikne posunutá souměrnost složením ze tří osových souměrnosti.

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte větu o tečnovém čtyřúhelníku: *Součty délek obou dvojic protilehlých stran tečnového čtyřúhelníku jsou si rovny.*

- 
- 7. Skládání shodností.** Naznačte důkaz tvrzení, že každá shodnost v rovině se dá složit z nejvýše tří osových souměrností. Popište vznik jednotlivých shodností v rovině skládáním osových souměrností. Jak vznikají shodnosti přímé a nepřímé? Co platí pro jejich skládání? Je skládání shodností komutativní? Tvoří množina shodností v rovině spolu s operací skládání grupu?

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Je dána přímka  $p$  a body  $A, B$  v téže polorovině s hraniční přímkou  $p$ . Najděte všechny body  $X \in p$  takové, že součet vzdáleností  $|AX| + |BX|$  je minimální.

---

- 8. Podobné zobrazení.** Uveďte definici podobného zobrazení. Vysvětlete pojmy vlastní a nevlastní podobnost. Ilustrujte příkladem možnost rozkladu podobností na stejnoolehlost a shodnost. Vyslovte větu o určenosti podobného zobrazení. Jak poznáme, že afinita v rovině je podobností?

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte větu o tětiovém čtyřúhelníku: *Součet protilehlých vnitřních úhlů tětiového čtyřúhelníku je  $180^\circ$ .*

---

- 9. Stejnolehlost.** Definujte stejnoolehlost v rovině a uveďte její vlastnosti. Analytické vyjádření stejnoolehlosti. Co může být výsledkem skládání dvou stejnoolehlostí? Stejnolehlost kružnic.

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte Varignonovu větu: *Středy stran libovolného čtyřúhelníku tvoří rovnoběžník.*

---

- 10. Mocnost bodu ke kružnici.** Uveďte definici a vlastnosti mocnosti bodu ke kružnici. Dokažte větu o mocnosti bodu ke kružnici. Definujte pojem chordála. Uveďte konkrétní příklad užití mocnosti bodu ke kružnici v konstrukční úloze.

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte následující větu: *V každém trojúhelníku dělí osa libovolného vnitřního úhlu protější stranu v poměru stran přilehlých.*

---

- 11. Klasifikace shodností v  $E_2$**  Objasněte roli samodružných bodů a směrů v klasifikaci shodností v  $E_2$ . Vysvětlete pojem asociovaný homomorfismus shodného zobrazení. Jaký je význam tohoto zobrazení? Uveďte přehled shodností v rovině.

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Je dána přímka  $p$  a body  $A, B$  v téže polorovině s hraniční přímkou  $p$ . Najděte všechny body  $X \in p$  takové, že součet vzdáleností  $|AX| + |BX|$  je minimální.

---

- 12. Involutorní zobrazení. Identita.** Vysvětlete pojem involutorní zobrazení (involuce). Uveďte ho do souvislosti s pojmem inverzní zobrazení. Vyjmenujte shodná zobrazení, která jsou involucí. Jak souvisí involuce s identitou. Charakterizujte identitu a uveďte, jaké má postavení v množině shodností v rovině.

*PRAKTICKÝ ÚKOL:* Dokažte větu o tečnovém čtyřúhelníku: *Součty délek obou dvojic protilehlých stran tečnového čtyřúhelníku jsou si rovny.*

---