

5.6 Posunuté zrcadlení (Posunutá souměrnost)

PŘÍKLAD 5.9. Je dána přímka p a dva body A, B v téže polorovině s hraniční přímkou p . Na přímce p sestrojte úsečku XY délky d tak, aby součet $|AX| + |XY| + |YB|$ byl co nejmenší.

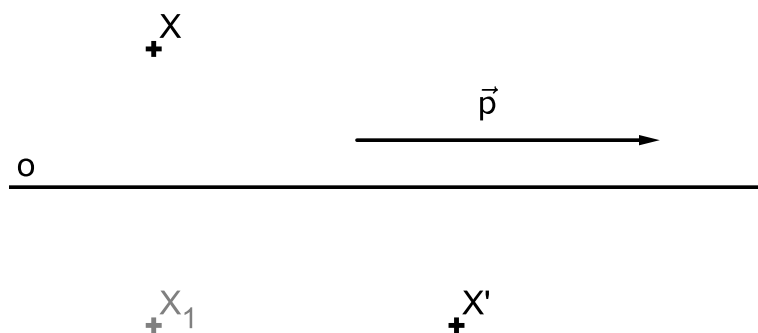
Víme, že každá shodnost v rovině se dá složit z nejvýše tří osových souměrností. V případech jedné a dvou osových souměrností už máme jasno - složením jedné osové souměrnosti může vzniknout samozřejmě jenom tato souměrnost, složením dvou osových souměrností pak lze vytvořit otočení (různoběžné osy), středovou souměrnost (kolmé osy), posunutí (rovnoběžné osy) a identitu (dvě totožné osy). Každé z těchto zobrazení je zároveň unikátní svou skladbou samodružných bodů a směrů

- osová souměrnost má přímku samodružných bodů a dva na sebe kolmé samodružné směry,
- otočení má jediný samodružný bod a žádný samodružný směr,
- středová souměrnost má jediný samodružný bod a všechny směry samodružné,
- identita má všechny body i směry samodružné.

Pokud existuje nějaké další shodné zobrazení, nemůže mít žádný samodružný bod (jinak by to bylo otočení, středová souměrnost, osová souměrnost nebo identita). Naším úkolem je proto vyšetřit, zda **existuje shodné zobrazení bez samodružných bodů, které vznikne složením tří osových souměrností.**

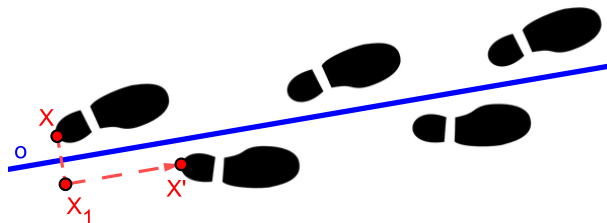
Ukáže se, že takové zobrazení skutečně existuje. Nazveme ho *posunuté zrcadlení* (též *posunutá souměrnost*).

Definice 22. Je dána přímka o . Zobrazení složené z posunutí ve směru přímky o a osové souměrnosti podle osy o se nazývá *posunuté zrcadlení* (též *posunutá souměrnost*).



Obrázek 27: Posunuté zrcadlení $Z : X \rightarrow X'$

Posunuté zrcadlení není žádné „umělé“ zobrazení, jak by mohlo vyplývat z výše uvedeného zdůvodnění jeho existence. Naopak, jedná se o zobrazení, s nímž se setkáváme doslova na každém kroku, viz Obr. 28



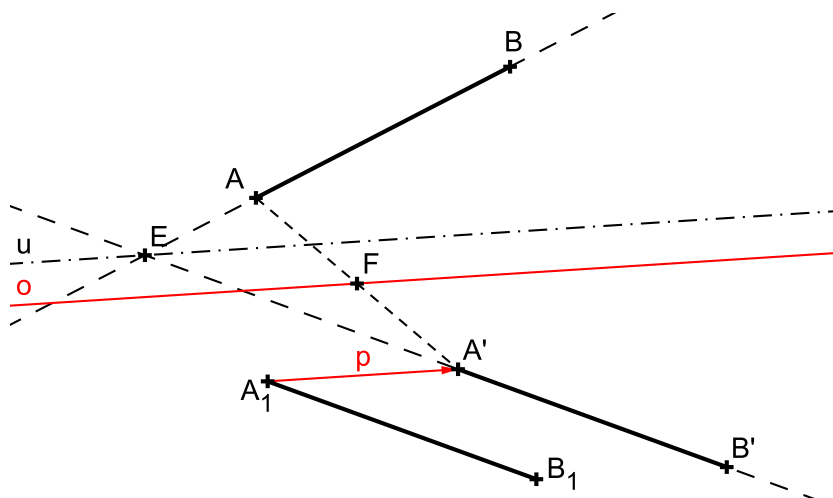
Obrázek 28: Posunuté zrcadlení jako vztah mezi stopami člověka jdoucího přímo

Věta 21. Posunuté zrcadlení se dá složit z osové a středové souměrnosti, přičemž střed středové souměrnosti neleží na ose osové souměrnosti.

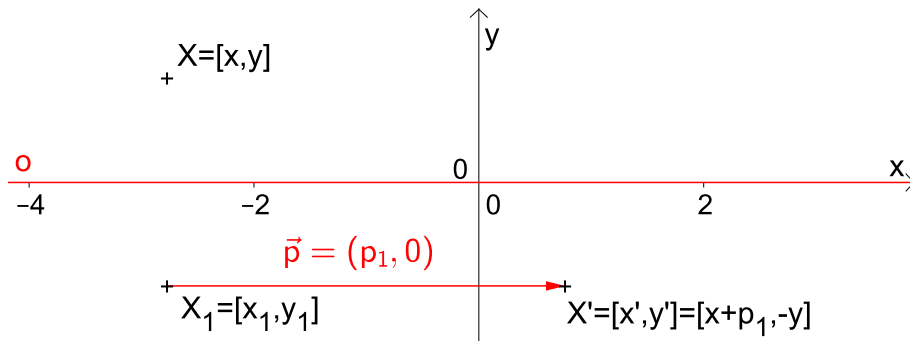
Věta 22. Posunuté zrcadlení nemá samodružné body.

PŘÍKLAD 5.10. Necht' AB , $A'B'$ jsou různoběžné a shodné úsečky. Dokažte, že existuje posunuté zrcadlení nebo osová souměrnost, které převádějí body A , B po řadě v body A' , B' .

Řešení:



Obrázek 29: Posunuté zrcadlení $Z : AB \rightarrow A'B'$



Obrázek 30: Posunuté zrcadlení $\mathcal{Z} : X \rightarrow X'$

5.6.1 Analytické vyjádření posunutého zrcadlení

Posunuté zrcadlení dané osou souměrnosti v ose x a vektorem posunutí $\vec{p} = (p_1, 0)$ (viz Obr. 30)

$$\mathcal{Z} : \begin{aligned} x' &= x + p_1, \\ y' &= -y. \end{aligned}$$

5.6.2 Posunuté zrcadlení – Úlohy na domácí přípravu

46. Jsou dány dvě různoběžky a, b a na nich dva body $A \neq B$ (A na a , B na b). Určete bod X na a a bod Y na b tak, aby platilo $|AX| = |BY|$ a dále aby:

- $XY \parallel p$, kde p je daná přímka; [1]
- $XY = d$, kde d je předem daná úsečka; [1]
- střed úsečky XY ležel na dané přímce q . [1]