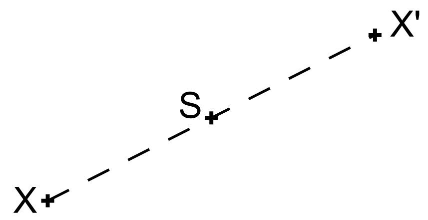
5.4 Středová souměrnost

Definice 20. Středová souměrnost *se středem S je shodné zobrazení, které bodu S přiřazuje týž bod S a libovolnému bodu $X \neq S$ přiřazuje bod X' tak, že bod S' je středem úsečky XX'. Zobrazení značíme $\mathcal{S}(S)$.*



Obrázek 25: Středová souměrnost $\mathcal{S}(S)$

Poznámka. Středovou souměrnost můžeme chápat též jako speciální případ rotace $\mathbf{R}(S, \alpha)$ pro $\alpha = \pi$, tj. $\mathcal{S}(S) = \mathcal{R}(S, \pi)$.

Vlastnosti středové souměrnosti:

1) Lze ji rozložit na dvě osové souměrnosti, jejichž osy jsou navzájem kolmé a procházejí středem souměrnosti S; jedna z os je volitelná.

2) Vznikne složením libovolných dvou osových souměrností, jejichž osy jsou k sobě kolmé (střed souměrnosti S odpovídá průsečíku těchto os).

3) Je jednoznačně určena svým středem

4) Je to *involutorní zobrazení* (též *involuce*).

5) Středová souměrnost je *přímá shodnost.*

6) Středová souměrnost má jediný samodružný bod, střed S, a všechny směry samodružné.

Věta 16. *V souměrnosti podle středu S je obrazem každé přímky přímka s ní rovnoběžná. Přímka, která prochází středem S je samodružná.*

Analytické vyjádření středové souměrnosti $\mathbf{S}(S)$ v rovině

Souřadnice středu: $S = [s_1, s_2]$

$$x' = -x + 2s_1$$
$$y' = -y + 2s_2$$

Věta 17. *Každá shodnost v rovině se dá složit z nejvýše tří osových souměrností.*

5.4.1 Středová souměrnost - Úlohy

29. Je dána kružnice $k(O;r)$ a přímka p, která má od středu O vzdálenost $v > 0$; dále je dán bod S, který leží uvnitř poloroviny pO. Sestrojte úsečku se středem S, která má krajní body K, P po řadě na kružnici k a na přímce p.

30. Je dána kružnice $k(S,r)$. Bodem P, který leží vně kružnice k, veďte přímku p, která protíná kružnici v bodech A, B tak, že A je středem úsečky BP.

31. Je dán úhel AVB a bod S jeho vnitřku. Sestrojte na rameni VA bod X a na rameni VB bod Y tak, aby bod S byl středem úsečky XY.

32. Je dána úsečka AA_1 ($|AA_1| = 5cm$). Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je AA_1 těžnicí t_a a pro které platí: $c = 4cm, b = 7cm$.

33. Je dána úsečka AA_1 ($|AA_1| = 5cm$). Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je AA_1 těžnicí t_a a pro které platí: $\gamma = 45°, \beta = 60°$.

34. Jsou dány dvě kružnice k_1, k_2, které se protínají ve dvou bodech Q a R. Bodem Q veďte přímku, která vytíná na obou kružnicích tětivy stejné délky.

5.4.2 Středová souměrnost - Úlohy na domácí přípravu

35. Je dán trojúhelník ABC a jeho vnitřní bod M. Sestrojte všechny úsečky XY se středem M a s krajními body X, Y na hranici trojúhelníku.

36. Vepište danému rovnoběžníku $ABCD$ čtverec $XYUV$ tak, aby na každé straně rovnoběžníku ležel jeden vrchol čtverce.

37. Je dán úhel AVB a bod S jeho vnitřku. Sestrojte na rameni VA bod X a na rameni VB bod Y tak, aby XYS byl rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník s přeponou XY.

38. Je dána úsečka AA_1; $|AA_1| = 4.5cm$. Sestrojte všechny pravoúhlé trojúhelníky ABC s pravým úhlem při vrcholu C, v nichž AA_1 je těžnicí t_a a $t_b = 6cm$.