# 1 Teoretická východiska výuky geometrie

## 1.1 Čtyři principy tvořící didaktickou strukturu geometrie založené na zkušenosti dětí

*Geometrie by měla být od samého začátku orientována na poznávání prostoru, v němž žák žije, a na rozvíjení představivosti. Základem zde mohou být zkušenosti s dělením prostoru, s vyplňováním prostoru, s pohybem v prostoru a s dimenzí prostoru.*

František Kuřina, [13], str. 40

Čtyři principy geometrie založené na zkušenosti (viz [12]):

1. **Dělení prostoru**
   Prostor lze dělit na části.
   Bod, přímka, úsečka, křivka, kružnice, úhel, lomená čára, trojúhelník, mnohoúhelník, rovina; bod dělí přímku, přímka rovinu, kružnice (křivka, uzavřená lomená čára) rozděluje rovinu, rovina prostor, poloprostor, tělesa atd. [6]
   Jordanova věta: *Rovinná křivka, která sama sebe neprotíná a je uzavřená, dělí rovinu na dvě oblasti.* [13]

2. **Vyplňování prostoru**
   Části prostoru lze vyplňovat.
   Obsah útvaru, délka úsečky (Archimedův axiom: *Pro libovolná dvě kladná čísla $a$, $b$ existuje přirozené číslo $n$ takové, že $na > b$.*), dělení roviny čtvercovou sítí, Jordanova teorie míry [6], dlažba (M. C. Escher, problém čtyř barev), objem tělesa, krychlové tvary a stavby, vyplňování prostoru (Keplerova domněnka)

3. **Pohyb v prostoru**
   V prostoru se lze pohybovat. Vektory, shodné transformace, rýsování, modelování. [6], [7]

4. **Dimenze prostoru (konstrukční princip)**
   V prostoru existují útvary trojdimenzionální, dvojdimenzionální, jednodimenzionální. Krychle a její obrázek, koule a její stín, průměty trojrozměrného útvaru do roviny, volné rovnoběžné promítání, sdružené průměty, kótovaný půdorys. [6], [7]

## 1.2 Dva póly matematického vzdělávání

František Kuřina ve své knize *Matematika jako pedagogický problém* [13] na str. 57 uvádí:

*Podle mých zkušeností, znalostí školské praxe a v souladu s didaktickou literaturou budu rozlišovat následující dva póly matematického vzdělávání:*

**ppp***:* **p***ouhé* **p***ředávání* **p***oznatků*

*– žáci poslouchají výklad, píší si, co učitel říká, a mají si to pamatovat.*

**PPP***:* **P***ŘIROZENÝ* **P***OZNÁVACÍ* **P***ROCES*

*– žáci přemýšlejí, pracují a počítají.*

Pól **ppp** odpovídá tzv. *transmisivnímu* pojetí výuky, pól **PPP** potom tzv. *konstruktivistickému* přístupu k výuce. Více o těchto přístupech k výuce matematiky viz kniha *Dítě, škola a matematika: konstuktivistické přístupy k vyučování* [9] od Milana Hejného a Františka Kuřiny.

## 1.3 Van Hieleho model geometrického myšlení

Manželé van Hielovi stanovili (1957) následujícíh pět úrovní porozumění geometrickému učivu:

0. Vizualizace.
   Vytváření *prototypů*. Je to kruh, protože to vypadá jako poklička, je to trojúhelník, protože to vypadá jako dopravní značka. Pokud se objekt liší od prototypu, nemusí být rozpoznán (není vůbec rozpoznán, nebo je rozpoznán mylně).

1. Analýza.
   Útvar je nositelem nějakých vlastností. Ty jsou ale chápány izolovaně, bez vzájemných souvislostí. Například shoda úhlů, shoda délek stran a osová souměrnost u rovnostranného trojúhelníku.

2. Abstrakce.
   Vlastnosti jsou uspořádávány a dávány do vzájemných souvislostí, opouštějí konkrétní útvar.

3. Dedukce.
   Pochopení deduktivní metody. Pochopení a schopnost provedení důkazu v eukleidovské geometrii. Systém axiomů, věty a definice jsou brány jako absolutní, ve vztahu ke konkrétním objektům.

4. Axiomatizace. Systém axiomů se osvobozuje od konkrétních objektů eukleidovské geometrie. Schopnost pochopit neeukleidovské geometrie.

Obvyklým problémem výuky geometrie na základní škole (ale nejenom tam) je to, že učitel myslí, hovoří i argumentuje na jiné úrovni (2, 3) než žák (0, 1).

**Zdroje dalších informací:**

- Wikipedia: Van Hiele model,
- Irena Budínová: Vědí žáci, co je čtverec?[online] Česká škola, 2018. [1]
- Irena štrausová: Vizualizace důkazů pomocí software dynamické geometrie. [online] Dizertační práce, PF JU, 2019. [17].

# Literatura


[1] Budínová, I. Vědí žáci, co je čtverec?[online] *Česká škola*, 2018. Dostupné na http://www.ceskaskola.cz/2018/01/irena-budinova-vedi-zaci-co-je-ctverec.html.

[2] Devlin, K. *Jazyk matematiky.* ARGO, 2003.

[3] Askew, M. a S. Ebbutt. *Geometrie bez (m)učení: od Pythagora k dobývání vesmíru: abeceda geometrie v každodenním životě: fascinující tvary a konstrukce*. Praha: Grada, 2012. ISBN 978-80-247-4125-3.

[4] Eukleides, *Základy. Knihy I–IV.*, koment. Petrem Vopěnkou, OPS, Nymburk, 2008.

[5] Eukleides, *Eukleidovy základy (Elementa)*, překlad F. Servít, 1907.
Dostupné na https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eukleides_Servit.pdf

[6] Hašek, R. *Základy geometrie* (studijní text), 2018.
Dostupné na http://home.pf.jcu.cz/~hasek/ZS/ZGEOP_2018_Prednasky_3.pdf

[7] Hašek, R. *Planimetrie* (studijní text), 2020.
Dostupné na http://home.pf.jcu.cz/~hasek/PLA/Planimetrie_studijni_text_2020.pdf

[8] Hejný, M. et al. *Teória vyučovania matematiky 2.* 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1988.

[9] Hejný, M., Kuřina, F. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha: Portál, 2009.

[10] Kuřina, F. *10 geometrických transformací.* Prometheus, Praha, 2002.

[11] Kuřina, F. *10 pohledů na geomatrii.* Akademie věd České republiky, Praha, 1996.

[12] Kuřina, F. Didaktická transformace obsahu a školská praxe. *Pedagogika*, Praha: PedF UK, 3/2009 (str. 298-308). Dostupné z: https://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?attachment_id=999&edmc=999

[13] Kuřina, F. *Matematika jako pedagogický problém: mé didaktické krédo.* Hradec Králové: Gaudeamus, 2016.

[14] Odvárko, O., Kadleček, J. *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia.* Praha: Prometheus, 2004. ISBN 80-7196-276-7.

[15] Pavlíček, J. B. *Základy neeukleidovské geometrie Lobačevského.* Přírodovědecké nakladatelství, Praha, 1953.
Dostupné na http://dml.cz/dmlcz/402750

[16] Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky.* 10. vydání. Praha: Prometheus, 2015. ISBN 978-80-7196-458-2.

[17] Štrausová, I. *Vizualizace důkazů pomocí software dynamické geometrie.* [online] Dizertační práce, PF JU, 2019. Dostupné na https://theses.cz/id/q3ntv7/

[18] Švrček, J. *Vybrané kapitoly z geometrie trojúhelníka.* Praha: Karolinum, 1998. ISBN 80-7184-584-1.

[19] Schwabik, Š., Šarmanová, P. Určitý integrál a počátky teorie míry (19. století) In: Štefan Schwabik (author); Petra Šarmanová (author): *Malý průvodce historií integrálu*. (Czech). Praha: Prometheus, 1996. pp. 54–69.

[20] Vopěnka, P. *Trýznivé tajemství*. Práh, Praha, 2003.

[21] Vyšín, J. a kol.: Geometria pre pedagogické fakulty II, Bratislava, 1970.