

## Funkce

### Příklad 1

Funkce  $f(x)$  je definována rovnicí  $f : y = \frac{e^x}{x^2 - 1}$ .

- a) Nakreslete graf funkce  $f(x)$ .
- b) Určete
  - definiční obor funkce  $f(x)$ ,
  - extrémů funkce a intervaly monotónie,
  - inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti.

### Příklad 2

Sestrojte graf funkce  $g$ , která je dána předpisem:

$$g(x) = \begin{cases} -1, & x < -3 \\ x^2 - 3, & -3 \leq x \leq 2 \\ \ln(x - 1) + 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

### Příklad 3

Určete asymptoty funkce  $h$  dané předpisem  $h(x) = \frac{x^2}{7 - x}$ . Zobraďte graf funkce spolu s nalezenými asymptotami.

### Příklad 4

Otevřená krabice je vyrobena z obdélníkového plechu o rozměrech  $a \times b$  tak, že je v každém rohu vyříznut malý čtverec o straně  $x$  a vzniklé postranní stěny jsou ohnuty nahoru. Vyjádřete objem krabičky jako funkci proměnné  $x$  a určete hodnotu  $x$ , pro kterou má odpovídající krabice maximální objem. Řešte nejprve obecně a poté pro konkrétní hodnoty  $a = 23\text{cm}$ ,  $b = 15\text{cm}$ .

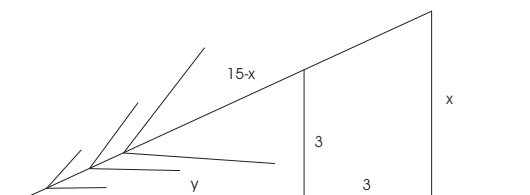
### Problém 1

Hodinářská firma si nechala provést průzkum hospodaření. Bylo zjištěno, že náklady na výrobu  $x$  hodinek za jeden měsíc lze vyjádřit funkcí  $C(x) = 0.012x^2 + 20x + 10000$  a poptávková rovnice má tvar  $x = 15000 - 250p$ , kde  $p$  je cena za jeden kus. Kolik hodinek by měla firma vyrábět měsíčně a za jakou cenu je prodávat, aby byl její zisk maximální?

*Poznámky:* Zisk (Profit) je dán rozdílem mezi příjmy (Revenue) a náklady (Cost):  $P = R - C$ . Jestliže  $p$  představuje cenu jednoho produktu a  $x$  je prodané množství, potom je příjem dán vztahem  $R = xp$ . Rovnice, vyjadřující vztah mezi cenou  $p$  a množstvím zboží požadovaným zákazníky  $x$ , se nazývá poptávková rovnice.

### Problém 2

Patnáctimetrový strom stojí 3 metry od zdi, vysoké rovněž 3 metry. Strom se ve výšce  $x$  metrů náhle zlomil (viz Obrázek 1). Určete výšku  $x$ , jestliže strom spadl tak, že jeho zlomená část se opírá o zeď a jeho špička se dotýká země na druhé straně zdi.



Obrázek 1: Strom zlomený přes zeď