Rovnice a nerovnice

Příklad 1
Řešte následující algebraické rovnice:

a) $5x^2 - 4x - 3 = 0$, b) $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$, c) $x^4 + x^2 + 3x - 1 = 0$.

Maple

Pro další použití je vhodné rovnici pojmenovat, tj. uložit do proměnné:
```
> r:=5*x^2-4*x-3=0;
```
Při grafickém řešení oceníme příkazy „`lhs(r)`" a „`rhs(r)`" pro „uchopení“ levé a pravé strany rovnice.
```
> plot(lhs(r),x=-2..2);
```
Pro další použití je vhodné pojmenovat i řešení rovnice:
```
> Res:=solve(r,{x});
```
Přibližné hodnoty kořenů dostaneme příkazem
```
> evalf(Res);
```
Na jednotlivé kořeny rovnice se odkazujeme pomocí indexů, které odpovídají jejich pořadí ve výpisu výsledku příkazu „`solve`".
```
> Res[1]; Res[2]
```
Důležitou součástí řešení rovnice je ověření jeho správnosti dosazením, tj. **zkouška**. Využijeme příkaz „`map`", kterým dosadíme (provedeme příkaz `subs`) všechna řešení ze seznamu `[Res]` do rovnice `r`:
```
> map(subs,[Res],r);
> simplify(%);
```
Pro dosazení řešení do rovnice můžeme také použít příkaz `eval`:
```
> eval(r,Res[1]);  > eval(r,Res[2]);
```
Chceme-li provést rozklad polynomu na levé straně rovnice, nabízí se použití příkazu `factor(lhs(r));`. Ten má však své limity (viz `?factor`). V našem případě vykoná lepší službu série příkazů
```
> polytools[split](lhs{r),x);
> convert(%,radical);
```

Příklad 2
Najděte všechna reálná řešení následujících rovnic:

a) $x^x = (\frac{3}{4})^{\frac{3}{4}}$, b) $x[x] - 5x + 7 = 0$.

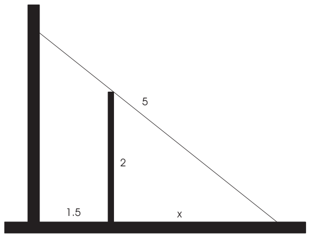
Příklad 3
Řešte následující soustavu lineárních nerovnic s neznámými $x, y \in R$:

$$x + y > 1$$
$$x - 2y < 2$$

Maple

Pro lepší zápis řešení soustavy lineárních nerovnic s více neznámými použijeme:
```
> with(SolveTools[Inequality]):
> LinearMultivariateSystem({x+y>1,x-2*y<2},[x,y]);
```
Grafické řešení dané soustavy nerovnic provedeme příkazem:
```
> plots[inequal]({x+y>1,x-2*y<2},x=-3..3,y=-3..3);
```

Problém 1
Na Obrázku 1 vidíme pětimetrový žebřík, který je opřen o dvoumetrový plot a akorát se dotýká vysoké zdi, která stojí jeden a půl metru za plotem. Určete vzdálenost x mezi dolním koncem žebříku a patou plotu.



Obrázek 1:

Poznámka: Výsledek řešení v Maple se bude lišit podle toho, zda napíšeme vzdálenost mezi žebříkam a plotem ve tvaru 1.5 nebo $\frac{3}{2}$. Jak?

Maple

Při řešení více rovnic o více neznámých často potřebujeme jednu neznámou (`y`) z jedné rovnice (`c1`) vyjádřit a dosadit do druhé rovnice (`c2`). K tomu můžeme použít příkaz „`eval`":

```
> Rov:=eval(c2,solve(c1,{y}));
```

Po dosazení potřebujeme rovnici `Rov` upravit. Oceníme třeba příkaz

```
> expand(Rov);
```

Pro zobrazení rovinných křivek s rovnicí např. `r:=L(x,y)=P(x,y)` využijeme příkaz „`implicitplot`" z knihovny „`plots`"

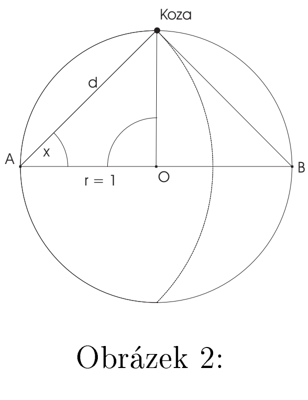
```
> plots[implicitplot](r,x=xd..xh,y=yd..yh);
```

Při numerickém řešení nějaké rovnice je k získání všech kořenů často nutné uvést interval, v němž se kořen nachází, nebo nějaký blízký bod, např.:

```
> fsolve(r,x=4..5);
```

Problém 2
Při jedné z vašich vesmírných misí jste přistáli na planetce někde na okraji Sluneční soustavy. Planetka měla tvar dokonalé koule a byla zcela hladká. Váš kolega se vydal na průzkum, přitom nesl jako vždy tyč dlouhou 3 metry. Vy jste zatím relaxovali vleže ve stínu vesmírné lodi. Kolega zanedlouho zmizel za horizontem. Poté, co ušel 300 metrů, zvedl tyč svisle vzhůru. Vy jste ze svého stanoviště na dece zahlédli na horizontu právě jenom její konec. Určete poloměr planetky.

Problém 3
Koza je uvázaná provazem ke kolíku, který je pevně zatlučen na obvodu kruhového pozemku o poloměru 1. Jak dlouhý musí být provaz, aby mohla koza spást polovinu plochy kruhu (viz Obr. 2)?



Obrázek 2: