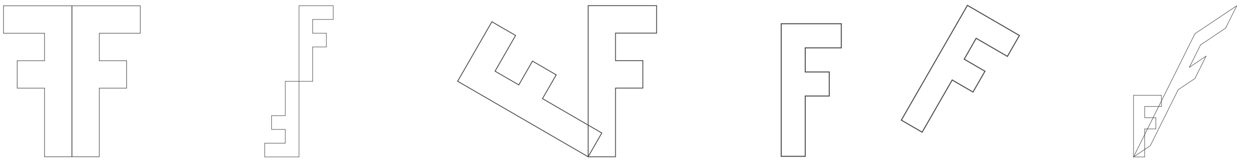
Transformace v rovině

Příklad 1

Zobrazte písmeno F nebo jiný rovinný obrazec a pokuste se na něm provést níže znázorněné transformace (osová souměrnost, středová souměrnost, rotace, rotace složená s posunutím, afinita).



Maple

Rovinný obrazec chápeme jako n-úhelník a tak ho definujeme vektorem jeho vrcholů:

```
> F:=[F1,F2,F3,F4,F5,F6,F7,F8,F9,F10,F1]:
```

Znázorníme ho pomocí následujících příkazů z knihovny `plots`:

```
> FG:=pointplot(F,style=line,thickness=3,color=red,axes=none):
> display(FG,scaling=constrained);
```

Transformaci bodu X v rovině provedeme pomocí matice lineární transformace M a vektoru posunutí T takto: $X' = MX + T$. Proveďme například rotaci kolem počátku o úhel $\frac{\pi}{3}$ a následné posunutí definované vektorem $\vec{T} = (3, 2)$. Nejprve definujeme matici rotace jako funkci parametru (úhlu) t:

```
> Rot:=t->matrix([[cos(t),-sin(t)],[sin(t),cos(t)]]);
```

Potom dosazením za t vytvoříme matici M dané konkrétní rotace a definujeme vektor T daného posunutí:

```
> M:=Rot(Pi/3); T:=[3,2];
```

Pro provedení transformace všech bodů obrazce F použijeme příkaz „`map`":

```
> FRT:=map(x->evalm(M&*x+T),F):
```

Transformovaný obrazec FRT spolu s původním F zobrazíme známým způsobem:

```
> FRTG:=pointplot(FRT,style=line,thickness=3,color=red,axes=none):
> display(FG,FRTG,scaling=constrained);
```

Příklad 2

Vrh šikmý vzhůru. Trajektorie pohybu tělesa vrženého šikmo vzhůru pod úhlem α ve vakuu má parametrické rovnice

$$x(t) = v_0 t \cos\alpha,\ y(t) = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2,$$

kde v_0 je počáteční rychlost tělesa, t je čas a g je tíhové zrychlení ($g \doteq 9.81 ms^{-2}$). Zvolte si hodnoty v_0 a α a

a) příslušnou trajektorii zobrazte, potom

b) proveďte animaci pohybu tělesa po této trajektorii (těleso znázorněte barevným diskem).

Maple - Kompletní kód řešení příkladu 2:

```
> restart;
```

Definujeme funkci $S(x,y)$, jejímž výstupem je černý disk velikosti 250 se souřadnicemi středu (x,y). Ten je zobrazitelný příkazem „`plots[display]`".

```
> S:=(x,y)->plottools[disk]([x,y],250,color=black);
```

Parametricky zadáme bodovou rovnici trajektorie $X(t)=[x(t),y(t)]$:

```
> X:=[v0*t*cos(alpha),v0*t*sin(alpha)-1/2*g*t^2];
```

Zadáme hodnoty parametrů v_0,α,g (*hádanka:* Co znamená to „`ts`"?)

```
> v0:=500: alpha:=Pi/3: g:=9.81: ts:=floor(2*v0*sin(alpha)/g):
```

Trajektorii zobrazíme jako parametrický graf:

```
> T:=plot([X[1],X[2],t=0..ts]):
```

Obraz vrženého tělesa bude reprezentován proměnnou V. Jeho pohyb podél trajektorie zajistíme příkazem:

```
> V:=plots[display](seq(S(X[1],X[2]),t=0..ts),insequence=true):
```

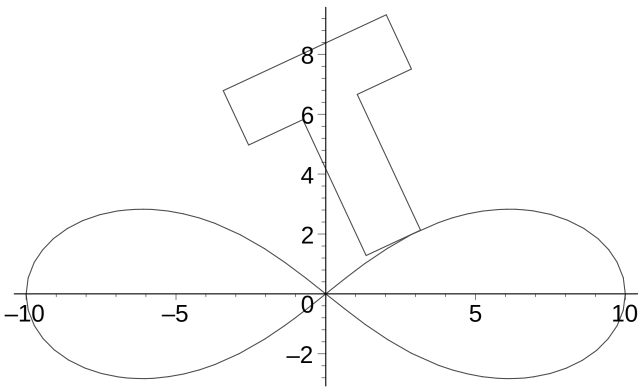
Pak už to všechno jenom zobrazíme

```
> plots[display](T,V,scaling=constrained);
```

Po kliknutí na graf se na horní liště objeví řada ikon pro ovládání animace.

Problém

Znázorněte libovolnou křivku zadanou parametrickými rovnicemi (vymyslete si ji nebo se inspirujte třeba na stránce http://curvebank.calstatela.edu/home/home.htm). Analogicky s příkladem 1 definujte pomocí vektoru bodů libovolný rovinný obrazec (n-úhelník). Potom proveďte animaci pohybu tohoto obrazce podél znázorněné křivky. Obrazec se musí po křivce pohybovat v tečném směru (viz Obr.1).



Obrázek 1: Písmeno T klouže po Bernoulliově lemniskátě