

I. Konstrukční úloha

Úloha 1: Sestrojte kružnici vepsanou (opsanou) trojúhelníku ABC; A[-2, 1], B[3,-2], C[4,5].

Úkoly:

- Konstrukci proveďte pomocí nástrojů programu GeoGebra.
- Konstrukci proveďte z příkazového řádku.
- Omezte nabídku nástrojů programu tak, aby jeho použití bylo ekvivalentní konstrukci pomocí pravítka a kružítko.
- Proveďte krokování konstrukce.
- Vytvořte dynamický pracovní list, v němž bude konstrukce pomocí pravítka a kružítko zaznamenána krok za krokem.
- Použijte druhou náčrtku k zobrazení konstrukce kružnice opsané danému trojúhelníku.

II. Ověření geometrické vlastnosti

Úloha 2: V libovolném trojúhelníku, který není rovnoramenný, se protíná osa jeho libovolné strany s osou protějšího vnitřního úhlu v bodu kružnice trojúhelníku opsané.

Kučina, F. *Umění vidět v matematice*. Praha: SPN, 1989. Str. 146.

Úkol:

- Znáznorněte dynamickým obrázkem obsah uvedeného tvrzení.
- Vlastnost dokažte a důkaz prezentujte pomocí prostředků GeoGebry.

III. Funkce

Úloha 3: Vyšetřete průběh funkce $f : y = x^3 - 2x^2 + 1$ v R.

Úkoly:

- Funkci zadejte z příkazového řádku. Vyzkoumejte, jak se mění její průběh se změnami koeficientů.
- Vložte na náčrtku textové pole, z něhož budete moci měnit předpis zobrazené funkce.
- Použijte nové okno. Zobrazte graf dané funkce a sestrojte její tečnu v bodě $[2, f(2)]$. Zobrazte detail grafu funkce a tečny v okolí tohoto bodu. Zobrazte spádový trojúhelník tečny. Sestrojte tečnu v libovolném bodě A grafu funkce. Tentokrát nepoužívejte nástroj *Tečny z bodu*. Nakonec proveďte animaci pohybu tečny podél grafu funkce.

Úloha 4: V tabulce jsou zaznamenány body jisté funkce. Pokuste se odhalit její vlastnosti a předpis.

Judith and Markus Hohenwarter: *Spreadsheet View and Basic Statistics Concepts*
Dostupné na <http://www.risc.jku.at> (prostřednictvím <http://www.google.com>)

Úkoly:

- Vytvořte posuvník pro proměnnou a . Definujte bod o souřadnicích $[a, 2a]$. Zobrazte několik těchto bodů pro různé hodnoty a lišící se o stejný krok (např. 1), zaznamenejte je do tabulky. Zkoumejte difference y-ových souřadnic po každé dva po sobě jdoucí body. Pokuste se najít souvislost s předpisem funkce, jejíž graf danými body prochází.
- Úkol a zopakujte pro jinak definované body, např. $[a, a^2]$, $[a, e^a]$ apod.
- Vyšetřete průběh funkce $f : y = 2x^3 + x^2 - x + 1$ pomocí nástroje „Kontrola funkce“.

Úloha 5: Na adrese <http://www.treking.cz/sluzby/predpoved-pocasi-prumerne-teploty.htm> najdete přehled průměrných denních teplot pro všechny měsíce v roce. Vyberte si jeden měsíc a příslušná data přeneste do tabulky programu GeoGebra.

Úkoly:

- Ze získaných dat zjistěte: maximální, minimální a průměrnou teplotu za vybraný měsíc, modus a medián.
- Proveďte grafické znázornění průměrné teploty na dni v měsíci. Náležitě popište osy.
- Pokuste se body proložit nějakou polynomickou funkcí. Použijte posuvník.
- Shromážděte údaje o tělesné výšce a hmotnosti přítomných osob a uložte je v souboru TXT. Proveďte import těchto dat do tabulky GeoGebry a pokuste se najít model pro vztah mezi výškou a hmotností účastníků DVU.

Úloha 6: Sestrojte graf funkce (definované po částech) $g(x)$, která je dána předpisem:

$$g(x) = \begin{cases} -1, & x < -3, \\ x^2 - 3, & -3 \leq x < 2, \\ \ln(x-1) + 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

IV. Pravděpodobnost

Úloha 7: Test se skládá z 20 otázek, u každé jsou nabídnuty 4 odpovědi, vždy jenom jedna z nich je správná. Určete pravděpodobnost, že uchazeč, který odpovědi vybírá zcela náhodně, uspěje, je-li pro úspěšné složení testu požadováno alespoň 6 správných odpovědí.

V. Iterace

Úloha 8: Sestrojte posloupnost do sebe vepsaných trojúhelníků takových, že vrcholy následujícího trojúhelníku leží vždy ve středech stran trojúhelníku předcházejícího. Ukažte, že mají společné těžiště.

VI. Dynamické propojení reprezentací objektu

Úloha 9: Sestrojte kuželosečku (elipsu) danou pěti body. Dané body zadávejte při zobrazení mřížce a přichytávání bodů: $A[-2,2]$, $B[6,2]$, $C[2,4]$, $D[2,0]$, pátým bodem E s celočíselnými souřadnicemi pohybujte. Sledujte koeficienty obecné rovnice, sestrojte singulární kuželosečku (např. pro $E[4,3]$, $E[4,2]$...). Pak změňte souřadnice bodu E vložím hodnot na $E[4,2+\sqrt{3}]$ a v okně Algebra zobrazte rovnici elipsy ve středovém tvaru.

Úloha 10: Znázorněte trajektorii projektilu vystřeleného z povrchu Země pod elevačním úhlem α s počáteční rychlostí v_0 . Podél trajektorie znázorněte jednotlivé polohy projektilu odpovídající (aritmetické) posloupnosti časů s konstantním rozdílem (např. 0.1 s). Odpor prostředí nevažujte.

VII. Náhodné zadání

Úloha 11: Pomocí GeoGebraScriptu vytvořte aplikaci, v níž se bude stisknutím tlačítka generovat náhodný trojúhelník, resp. graf funkce.