

Otázky k ústní části zkoušky (varianta 2017)

1. Osová souměrnost. Osově souměrné útvary.

[A] Vysvětlete pojem *geometrické zobrazení* a ilustруйте ho konkrétním příkladem. Vyslovte definice *shodného zobrazení v rovině* a *podobného zobrazení v rovině* a tyto definice porovnejte.

[B] Věnujte se podrobně *osové souměrnosti*. Vysvětlete, čím je toto zobrazení určeno, jak jej značíme a jak se toto zobrazení provádí (ilustруйте zobrazením trojúhelníku). Jaké má osová souměrnost samodružné body, přímky a směry? Jedná se o shodnost přímou nebo nepřímou? Je osová souměrnost involucí?

[C] Určete souřadnice obrazů bodu $A[-3,5]$ v osových souměrnostech $S(x)$ a $S(y)$, kde x a y jsou souřadnicové osy? Vysvětlete pojem *osově souměrný útvar*. Načrtněte alespoň tři příklady takových útvarů!

2. Středová souměrnost. Středově souměrné útvary.

[A] Vysvětlete pojem *geometrické zobrazení* a ilustруйте ho konkrétním příkladem. Vyslovte definice *shodného zobrazení v rovině* a *podobného zobrazení v rovině* a tyto definice porovnejte.

[B] Věnujte se podrobně *středové souměrnosti*. Vysvětlete, čím je toto zobrazení určeno, jak jej značíme a jak se toto zobrazení provádí (ilustруйте zobrazením trojúhelníku). Jaké má středová souměrnost samodružné body, přímky a směry? Jedná se o shodnost přímou nebo nepřímou? Je středová souměrnost involucí?

[C] Určete souřadnice obrazu bodu $A[5,-2]$ ve středové souměrnosti se středem $S[0,0]$, tj. se středem v počátku soustavy souřadnic? Vysvětlete pojem *středově souměrný útvar*. Načrtněte alespoň tři příklady takových útvarů!

3. Podobné zobrazení v rovině.

[A] Vysvětlete pojem *geometrické zobrazení* a ilustруйте ho konkrétním příkladem. Vyslovte definice *shodného zobrazení v rovině* a *podobného zobrazení v rovině* a tyto definice porovnejte.

[B] Kdy nazýváme podobné zobrazení *podobností*? Co to je vlastní podobnost? Může mít vlastní podobnost více než jeden samodružný bod? Kolik jich má? Jaký je vztah mezi podobností a stejnolehlostí? Co rozumíme skládáním zobrazení? Vysvětlete na konkrétním příkladu (např. skládání dvou osových souměrností)!

[C] Vysvětlete, jak Thales z Miletu určil výšku Cheopsovy pyramidy.

4. Zobrazení trojrozměrného útvaru. Volné rovnoběžné promítání.

[A] Popište princip *středového* a *rovnoběžného promítání*. Charakterizujte *volné rovnoběžné promítání*. Načrtněte v něm krychli a válec.

[B] Definujte *pravidelný mnohostěn*. Kolik různých pravidelných mnohostěnů existuje? Vysvětlete jejich počet. Uveďte dvojice *duálních* pravidelných mnohostěnů. V čem spočívá jejich duálnost? Co to je *síť mnohostěnu*? Načrtněte příklad! Jaké údaje o mnohostěnu jsou spojeny *Eulerovým vztahem*?

[C] Vysvětlete pojem *Cavalieriho princip*. Načrtněte obrázek! Prostřednictvím konkrétního příkladu potom popište, jak ho lze využít při určení objemu tělesa.

5. Stejnolehlost

[A] Uvedte definici stejnohlosti. Ilustrujte ji na příkladu zobrazení trojúhelníku. Je stejnohlost shodným nebo podobným zobrazením? Vyslovte definici podobného zobrazení v rovině.

[B] Stejnolehlost kružnic. Uvažujte dvě nesoustředné kružnice o různých poloměrech. Kolik existuje stejnohlostí, v nichž se jedna zobrazuje na druhou. Jak najdeme jejich středy? Jak tyto body souvisí se společnými tečnami dvou kružnic?

[C] Jsou dány dvě vzájemně rovnoběžné úsečky různých délek. Určete středy stejnohlostí, v nichž se jedna z nich zobrazuje na druhou. Načrtněte obrázek! Vyřešte úlohu i pro dvojici kolineárních úseček?

6. Tělesa

[A] Definujte pojmy *konvexní* a *nekonvexní (konkávní)* útvar. Charakterizujte tato tělesa: *hranol*, *pravidelný n-boký hranol*, *krychle*, *kvádr*, *rovnoběžnostěn*, *jehlan*, *válec* a *kužel*. Jaký je rozdíl mezi *kolmým* a *kosým hranolem*? Na příkladu vhodného konkrétního tělesa či několika těles vysvětlete pojmy *plášť* a *síť*. Načrtněte síť vybraného tělesa.

[B] Objasněte *Cavalieriho princip* a na konkrétním příkladu vysvětlete, jak ho lze využít při výpočtu objemu tělesa. Popište výpočty objemu pro vybrané geometrické útvary: *krychle*, *kvádr*, *hranol*, *jehlan*, *kužel*, *koule*.

[C] Na příkladu konkrétního trojrozměrného útvaru vysvětlete pojmy *půdorys*, *nárys* a *bokorys*. Uvažujte konkrétní *stavbu z krychlí*. Je určení této stavby z jejich průmětů (*půdorys*, *nárys* a *bokorys*) jednoznačné?

7. Míra

[A] Definujte pojem *míra útvaru*, popište její vlastnosti. Uvedte příklady. Jak vypočítáme vzdálenost dvou bodů v rovině a v trojrozměrném prostoru? Jak určíme odchylku dvou směrů (vektorů)? Jak lze využít čtvercovou síť k výpočtu obsahu rovinného útvaru. Objasněte myšlenku *Jordanovy-Peanovy míry*.

[B] Definujte *kruh* a *kružnici*. Čím se tyto definice liší? Jaké mohou být vzájemné polohy přímky a kružnice? Načrtněte a popište jednotlivé případy. Jaký je vztah mezi *sečnou* a *tětivou* kružnice? Definujte *Ludolfovo číslo* pomocí obvodu a průměru kružnice. Jaká je jeho role při výpočtu obsahu kruhu?

[C] Načrtněte obrázky, které ilustrují, jak lze ze vztahu pro výpočet obsahu obdélníku odvodit postupně vztahy pro výpočty obsahů rovnoběžníku, trojúhelníku a lichoběžníku.

8. Podobnost trojúhelníků

[A] Vyslovte definice *shodnosti* a *podobnosti v rovině* a tyto definice porovnejte. Co platí obecně pro *podobné trojúhelníky* a jaké jsou věty o *podobnosti trojúhelníků*? Vyslovte je a vysvětlete.

[B] Definujte pojmy *konvexní* a *nekonvexní (konkávní)* útvar a uveďte příklady. Jaké úhly nazýváme *konvexní* a jaké *nekonvexní*? Popište vznik následujících dvojic úhlů: *úhly souhlasné*, *střídavé a přilehlé*, *úhly vrcholové* a *vedlejší*. Jaké jsou vztahy mezi velikostmi úhlů v uvedených dvojicích? Jaký úhel nazýváme *tupý*, *ostrý*, *přímý* a *plný*?

[C] Uvedte *Eukleidovy věty* pro pravoúhlý trojúhelník (o výšce, o odvěsnách). Načrtněte pravoúhlý trojúhelník a vyznačte jeho výšku na přeponu. Zapište všechny dvojice podobných trojúhelníků, které tím získáte. Dají se uvedené věty odvodit z jejich vztahů?

9. Trojúhelník

[A] Definujte trojúhelník. Je trojúhelník jednoznačně určen svými stranami? Jakou praktickou výhodu to přináší? Vyslovte větu o *trojúhelníkové nerovnosti* a ilustруйте ji obrázkem. Čemu je roven součet vnitřních úhlů trojúhelníku? Načrtněte vizuální důkaz.

[B] Pomocí načrtnutých obrázků popište tyto vybrané prvky trojúhelníku: těžnice, výšky, osy stran, osy úhlů, střední příčky, střed kružnice opsané, střed a poloměr kružnice vepsané. Jaký je vztah středních příček ke stranám trojúhelníku?

[C] Pravoúhlý trojúhelník. Pythagorova věta. Uvedte a vysvětlete jeden vizuální důkaz Pythagorovy věty. Co znamená tvrzení, že Pythagorova věta má formu ekvivalence?

10. Mnohoúhelníky

[A] Definujte *mnohoúhelník*. Definujte pojmy *konvexní* a *nekonvexní mnohoúhelníky*. Uvedte příklady. Na příkladu popište jednotlivé prvky mnohoúhelníků: *vrchol*, *strana*, *vnitřní úhel*, *úhlopříčka*.

[B] Kolik úhlopříček má n -úhelník. Ilustrujte nejprve pro konkrétní n , potom odvodte obecný vztah. Jaký je vnitřní úhel pravidelného pětiúhelníku? Odvodte obecný vztah pro výpočet vnitřního úhlu pravidelného n -úhelníku.

[C] Vyslovte větu o *trojúhelníkové nerovnosti*. Objasněte s její pomocí řešení následující úlohy: Je dána přímka p a body A, B v téže polorovině s hraniční přímkou p , Najděte všechny body X na přímce p takové, že součet vzdáleností $|AX| + |XB|$ je minimální.

11. Čtyřúhelník a jiné n -úhelníky

[A] Definujte *čtyřúhelník*. Jaký je součet vnitřních úhlů čtyřúhelníku? Vysvětlete a pomocí obrázků ilustруйте pojmy: *tětivový čtyřúhelník*, *deltoid*, *obdélník*, *čtverec*, *kosodélník*, *kosočtverec*, *lichoběžník*, *rovnoramenný lichoběžník*. Popište postup konstrukce lichoběžníku daného délkami stran.

[B] Definujte *pravidelný mnohoúhelník* (n -úhelník). Jak vypočítáme velikost vnitřního úhlu pravidelného n -úhelníku? Jakými pravidelnými n -úhelníky lze úplně pokrýt rovinu?

[C] Vyslovte *Thaletovu větu*. Objasněte podstatu jejího vizuálního důkazu založeného na skutečnosti, že úhly u základny rovnoramenného trojúhelníka jsou shodné. Načrtněte obrázek!

12. Posunutí a otočení

[A] Vysvětlete pojem *geometrické zobrazení* a ilustруйте ho konkrétním příkladem. Vyslovte definice *shodného zobrazení v rovině* a *podobného zobrazení v rovině* a tyto definice porovnejte.

[B] Definujte zobrazení *posunutí* a *otočení*. Jaké mají *samodružné body*, *směry* či *přímky*? Jedná se o *involuce*? Jsou to shodnosti *přímé* nebo *nepřímé*?

[C] Vyslovte větu o *trojúhelníkové nerovnosti*. Objasněte s její pomocí řešení následující úlohy: Je dána přímka p a body A, B v téže polorovině s hraniční přímkou p , Najděte všechny body X na přímce p takové, že součet vzdáleností $|AX| + |XB|$ je minimální. Načrtněte obrázek!