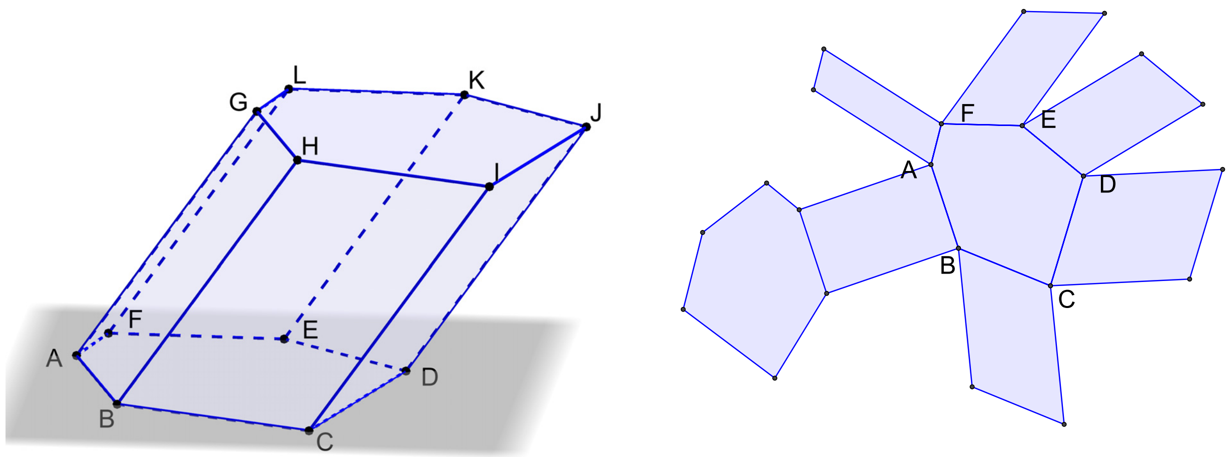
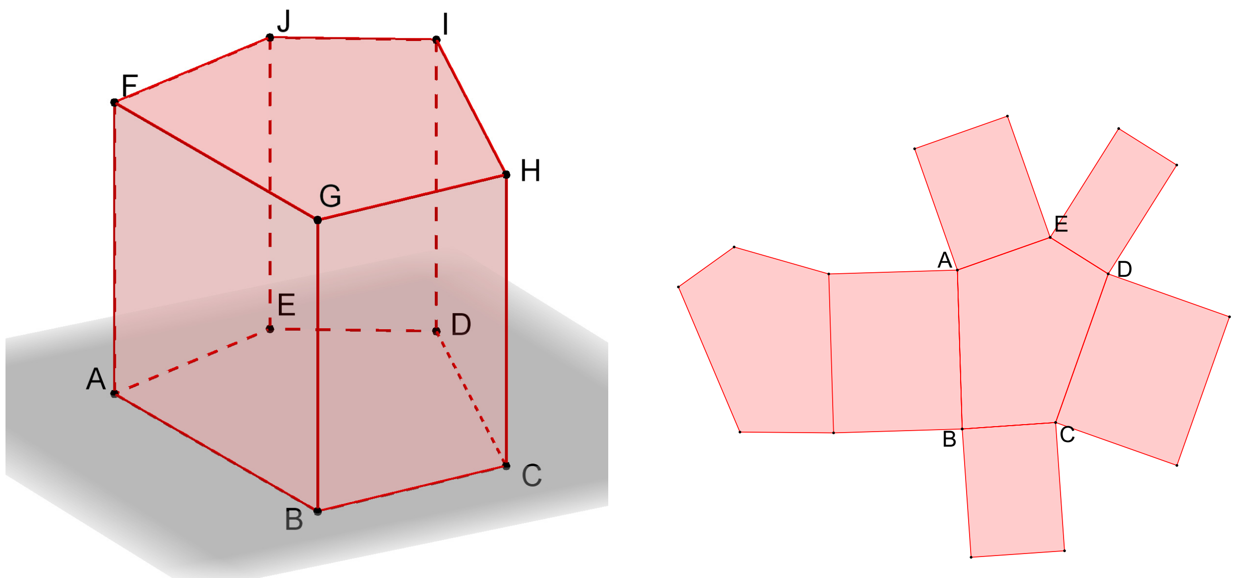
5 Geometrické útvary v trojrozměrném prostoru

5.1 Tělesa

Zaměříme se na tato tělesa: *hranol*, *jehlan*, *válec*, *kužel* a *koule*. U hranolu pak na některé jeho speciální případy: *kolmý hranol*, *kosý hranol*, *pravidelný hranol*, *kvádr*, *krychle*, *rovnoběžnostěn*.



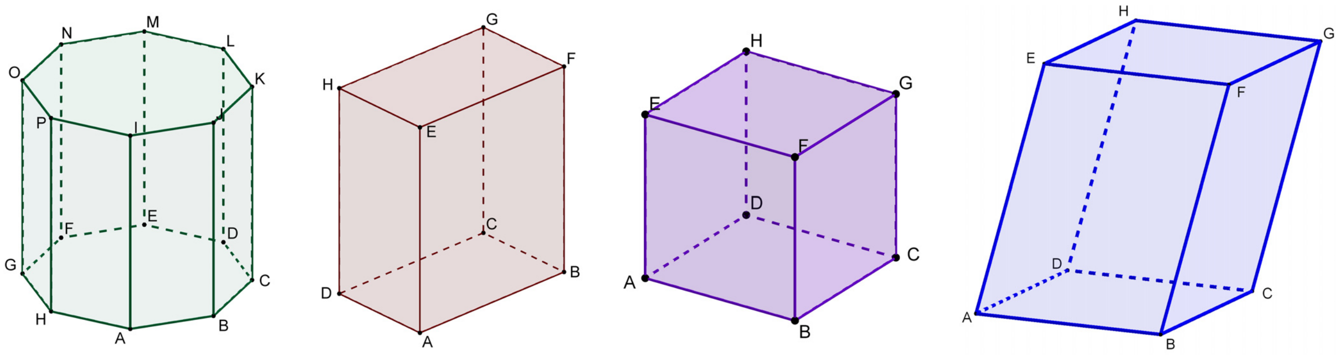
Obrázek 47: Kosý šestiboký hranol a jeho síť



Obrázek 48: Kolmý pětiboký hranol a jeho síť

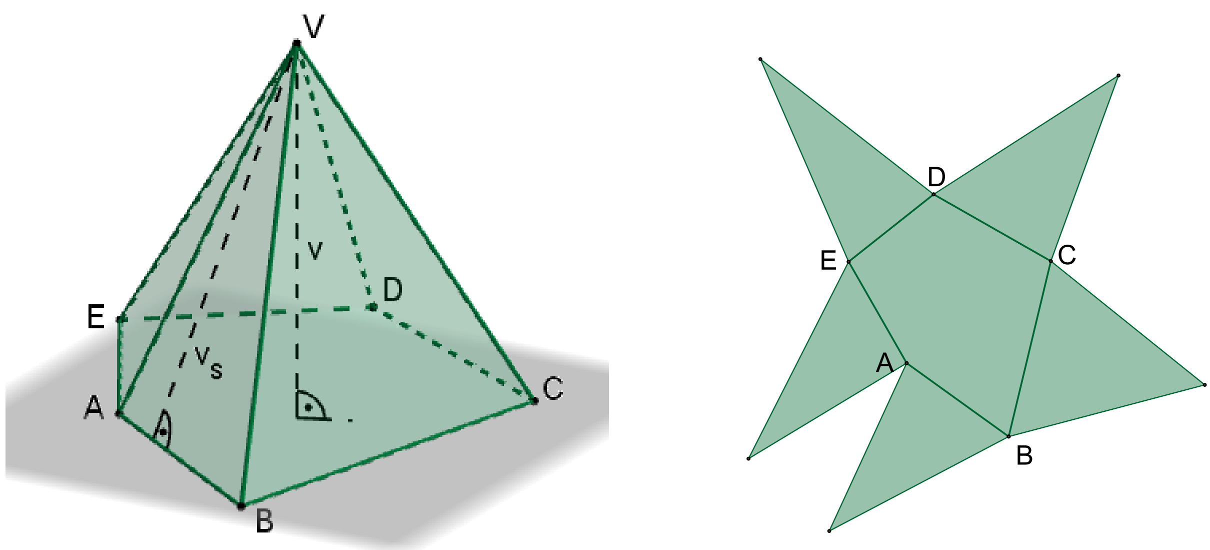
U každého *hranolu* rozlišujeme *vrcholy*, *hrany*, *stěny*, *podstavy*, *plášť*, *síť*, *tělesové úhlopříčky, stěnové úhlopříčky.*

PŘÍKLAD 5.1. *Jaký je rozdíl mezi sítí a pláštěm hranolu? Vysvětlete s pomocí Obr. 47 a 48.*

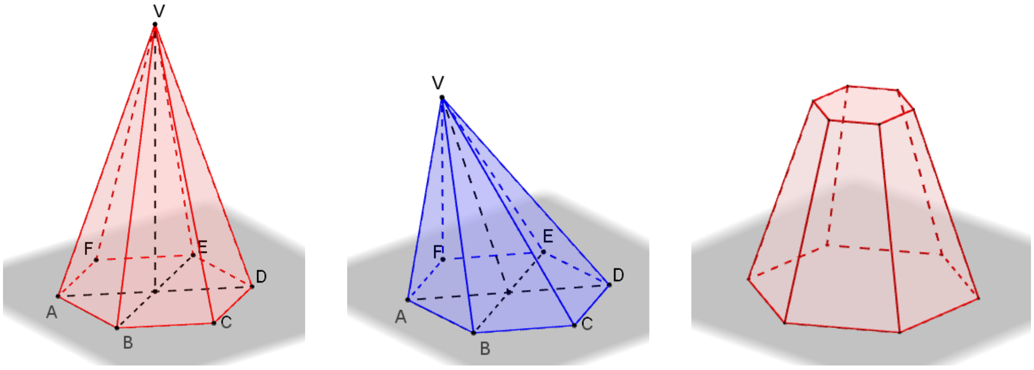


Obrázek 49: Pravidelný osmiboký hranol, kvádr, krychle a rovnoběžnostěn

U *jehlanu* rozlišujeme *hlavní vrchol* (viz V na Obr. 50), *podstavu*, *boční stěny*, *podstavné hrany*, *boční hrany*, *vrcholy podstavy* (viz A, B, C, D, E na Obr. 50), *stěnovou (boční) výšku* (viz v_s na Obr. 50) a *výšku jehlanu* (viz v na Obr. 50). Stejně jako u hranolu rozlišujeme *síť* a *plášť*, přitom *plášť jehlanu* je tvořen všemi jeho bočními stěnami.

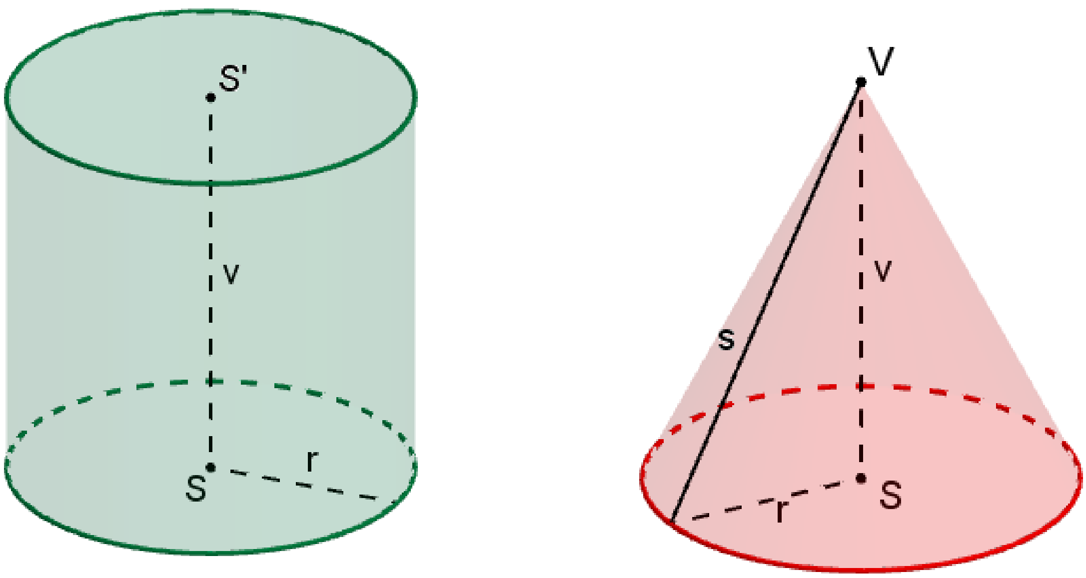


Obrázek 50: Pětiboký jehlan (obecný) a jeho síť



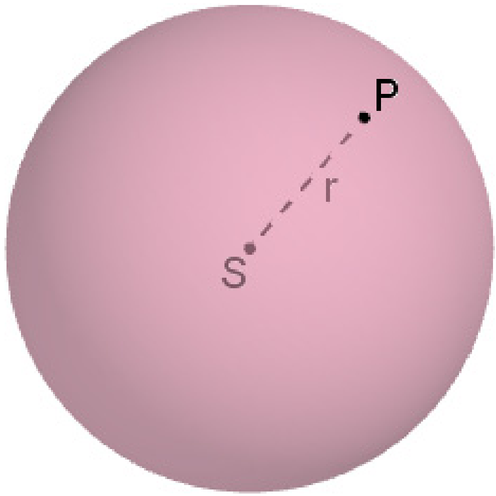
Obrázek 51: Pravidelný šestiboký jehlan (kolmý), kosý jehlan a komolý (kolmý šestiboký) jehlan

Válec a *kužel* jsou určeny *poloměrem podstavy* (viz r na Obr. 52) a *výškou* (viz v na Obr. 52). U obou útvarů pak rozlišujeme *podstavu* a *plášť*. U kužele navíc ještě *vrchol* (viz V na Obr. 52) a *stranu* (též *površku*) (viz s na Obr. 52).



Obrázek 52: Válec a kužel

Tak jako jsme rozlišovali *kruh* a *kružnici*, rozlišujeme v trojrozměrném prostoru *kouli* a *kulovou plochu*. Přitom *koule* je množina bodů v prostoru, jejichž vzdálenost od středu S je menší nebo rovna poloměru r a *kulová plocha* je množina bodů v prostoru, jejichž vzdálenost od středu S je rovna r (viz Obr. 53). Kulovou plochu nelze rozvinout do roviny, proto její síť neexistuje.



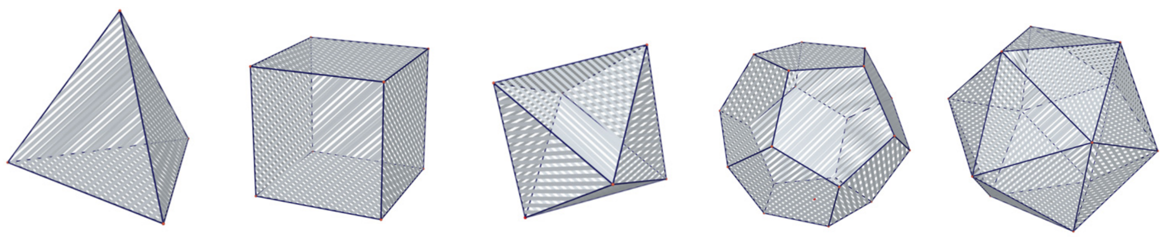
Obrázek 53: Koule

5.2 Pravidelné mnohostěny (Platónská tělesa)

Obrázek 54: Hrací kostky jako Platónská tělesa

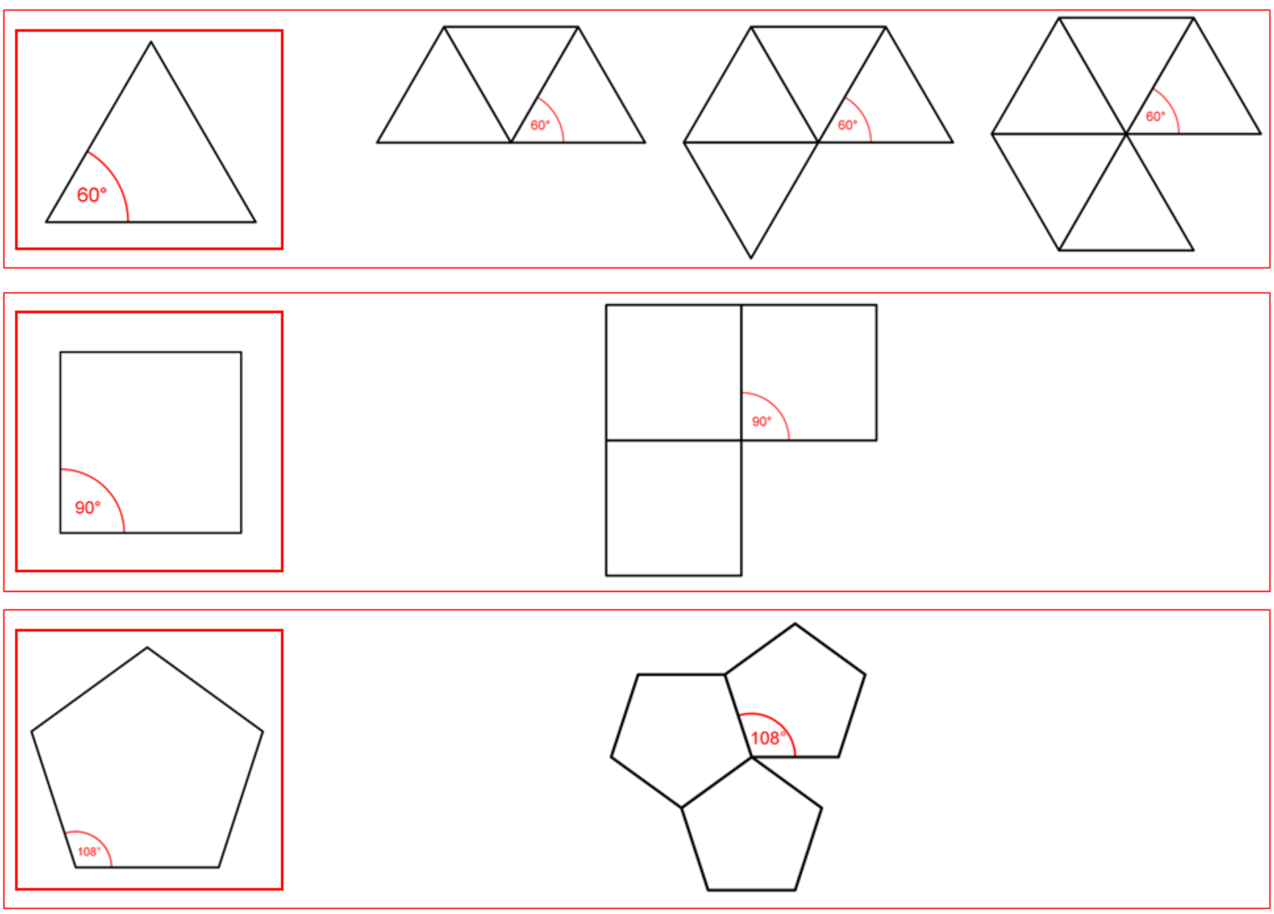
Pravidelnými mnohostěny, kterým říkáme též *platónská tělesa*, rozumíme takové *konvexní mnohostěny*, jejichž stěny jsou tvořeny shodnými pravidelnými mnohoúhelníky. Přitom v každém vrcholu pravidelného mnohostěnu se stýká stejný počet stěn (i hran).

Takovýchto mnohostěnů je, jak vidíme na Obr. 55 pouze pět typů. Naši předkové této skutečnosti přikládali magický význam a tak byla tato tělesa spojována s jednotlivými živly, jako stavebními kameny našeho vesmíru (*Platon*) nebo s rozložením nebeských sfér (*Johannes Kepler*).



Obrázek 55: Platónská tělesa: čtyřstěn (tetraedr), šestistěn (krychle; hexaedr), osmistěn (oktaedr), dvanáctistěn (dodekaedr), dvacetistěn (ikosaedr)

Příčina toho, že je pravidelných mnohostěnů právě pět je přitom ryze geometrická. Souvisí s tím, že v každém vrcholu takovéhoto mnohostěnu se stýká stejný počet stěn, kterými jsou shodné pravidelné mnohoúhelníky.



Obrázek 56: Vznik vrcholu pravidelného mnohostěnu

PŘÍKLAD 5.2. *Pomocí schémat na Obr. 56 vysvětlete, proč je pravidelných mnohostěnů právě pět typů.*

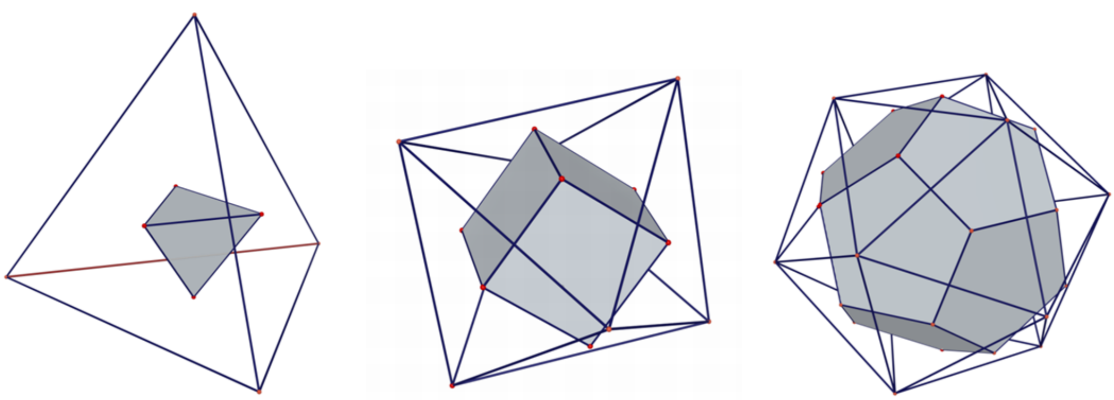
Pro konvexní mnohostěny (ne jenom pro pravidelné) platí tzv. *Eulerův vztah*, který dává dohromady počet stěn s, vrcholů v a hran h:

$$s + v - h = 2.$$

Leonhard Euler, 1707–1783, švýcarský matematik.

PŘÍKLAD 5.3. *Ověřte platnost Eulerova vztahu pro pravidelné mnohostěny.*

Při pohledu na počty stěn a vrcholů jednotlivých mnohostěnů (získaných řešením příkladu 5.3, napište si je do tabulky) odhalíme určité souvislosti: ***čtyřstěn*** má stejný počet vrcholů a stěn, ***šestistěn*** má stejný počet vrcholů jako ***osmistěn*** stěn a naopak, stejný vztah pak platí i pro ***dvanáctistěn*** a ***dvacetistěn***. Říkáme, že uvedené dvojice (čtyřstěn ji tvoří sám se sebou) jsou tzv. ***duální mnohostěny***, viz Obr. 57.



Obrázek 57: Pravidelné mnohostěny jsou duální