

12 Planimetrie

Eukleidovská geometrie se rozděluje na geometrii v rovině, *planimetrii*, a geometrii v trojrozměrném prostoru, *stereometrii*.

12.1 Symetrie



Obrázek 69:

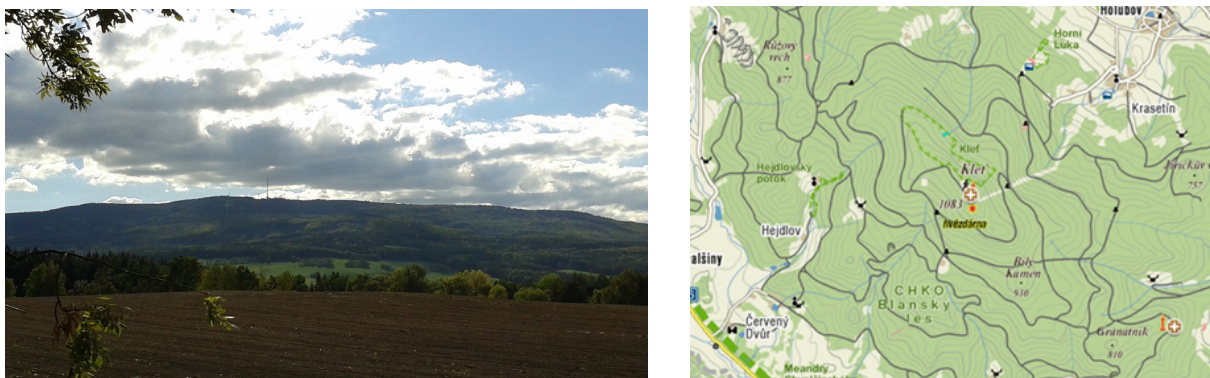
Symetrie roviny: Transformace roviny, při níž buď zůstává obrazec zachován, nebo zůstává zachována nějaká jeho vlastnost.

Symetrie:

- zrcadlení (osová souměrnost),
- otočení (rotace),
- posunutí,
- stejnolehlost.

12.2 Geometrické zobrazení

Definice 2 ((Geometrické) zobrazení). *Zobrazením (geometrickým zobrazením) rozumíme předpis, kterým je libovolnému bodu X (který je prvkem dané množiny, např. roviny) jako jeho obraz jednoznačně přiřazen bod $X' = f(X)$.*



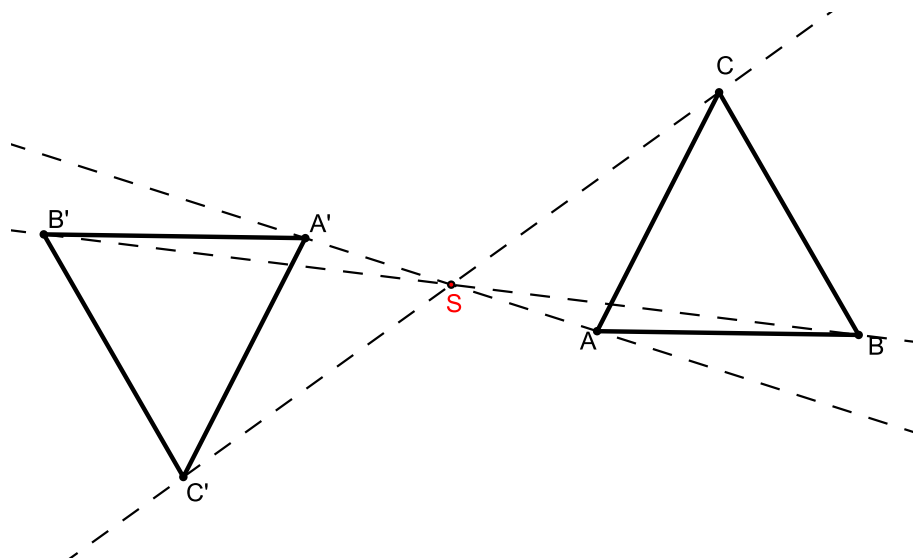
Obrázek 70: Zobrazení z trojrozměrného prostoru do roviny; *Kleť, 1084 m. n. m.*

Geometrická zobrazení, se kterými budeme pracovat, tj. např. shodná zobrazení a stejnoolehlost, jsou zobrazení *prostá*, tj. dvěma různým bodům-vzorům jsou přiřazeny dva různé obrazy⁵. Jak ale uvidíme níže, existují i geometrická zobrazení, která *prostá* nejsou.

⁵Tato zobrazení jsou dokonce *vzájemně jednoznačná*, tj. jsou *prostá* a zároveň zobrazeními na množinu. *Zobrazením na množinu* rozumíme zobrazení, pro které platí, že každý bod množiny, do níž zobrazuje, je obrazem nějakého bodu z množiny vzorů.

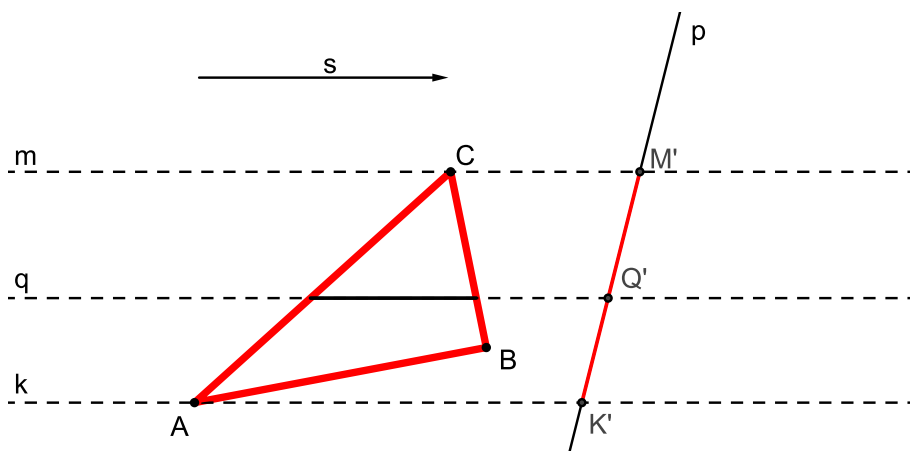
Příklady geometrických zobrazení

Středová souměrnost, viz Obr. 71



Obrázek 71: Středová souměrnost se středem S

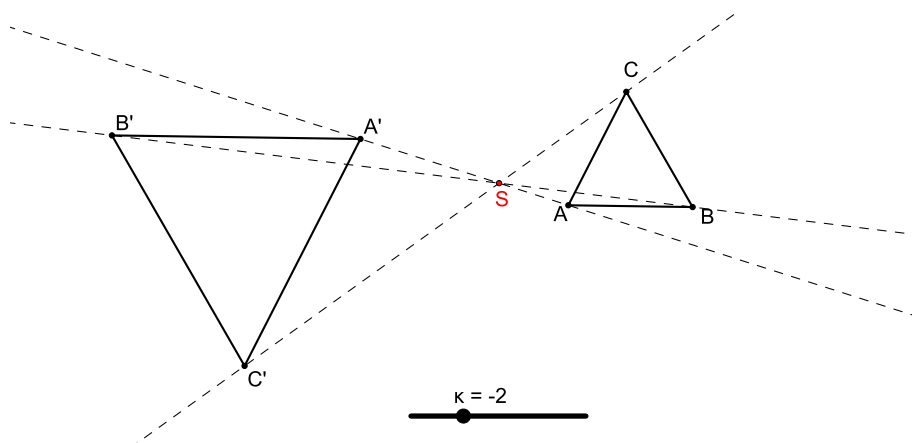
Rovnoběžné promítání do přímky (dané směrem \vec{s} a přímkou p), viz Obr. 72⁶



Obrázek 72: Rovnoběžné promítání ve směru \vec{s} z roviny do přímky p

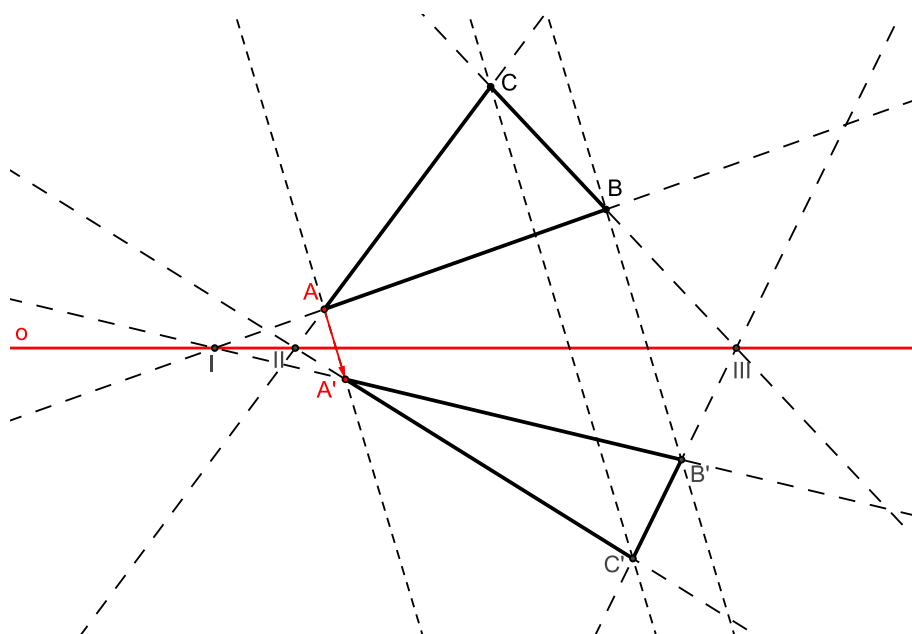
⁶Toto zobrazení není prosté. Z obrázku je patrné, že všechny body přímky rovnoběžné se směrem \vec{s} se zobrazují do jednoho bodu. Například body přímek k, m, q se v uvedeném pořadí zobrazují do bodů K', M', Q' .

Stejnolehlost (daná středem S a koeficientem κ), viz Obr. 73



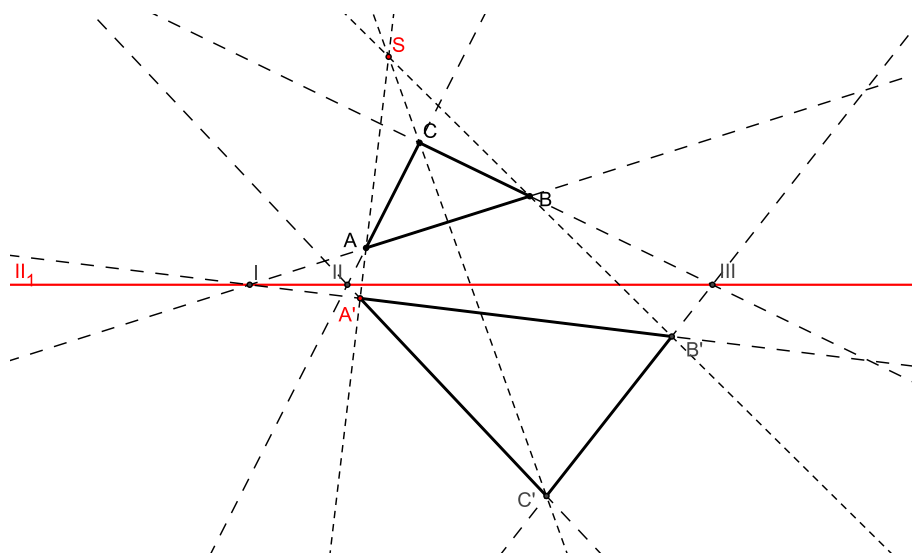
Obrázek 73: Stejnolehlost se středem S a s koeficientem $\kappa = -2$

Osová afinita (daná osou o a dvojicí bodů A, A' ve vztahu vzor a obraz), viz Obr. 74



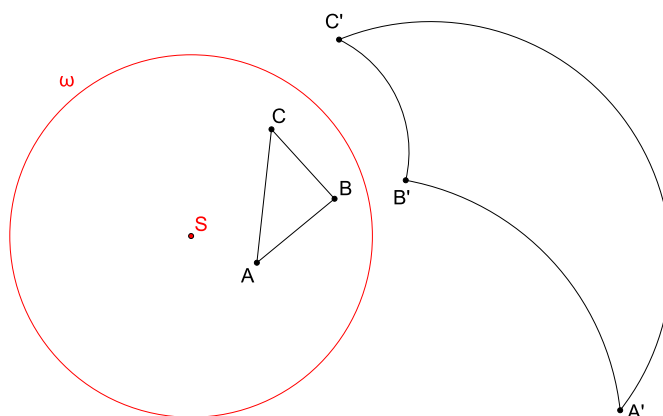
Obrázek 74: Osová afinita daná osou o a dvojicí bodů A, A'

Středová kolineace (daná osou o , středem S a dvojicí bodů A, A' ve vztahu vzor a obraz), viz Obr. 75



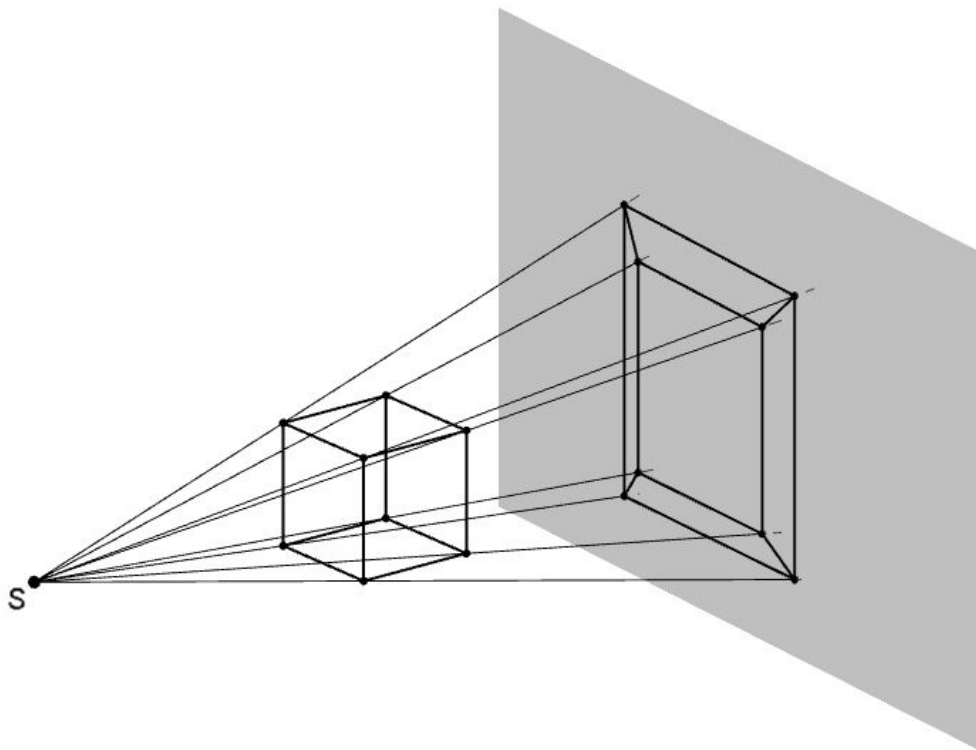
Obrázek 75: Středová kolineace daná středem S , osou o a dvojicí bodů A, A'

Kruhová inverze (daná *určující kružnicí* $\omega = (S, r)$ a vztahem $|SX| \cdot |SX'| = r^2$ mezi vzorem X a obrazem X'), viz Obr. 76



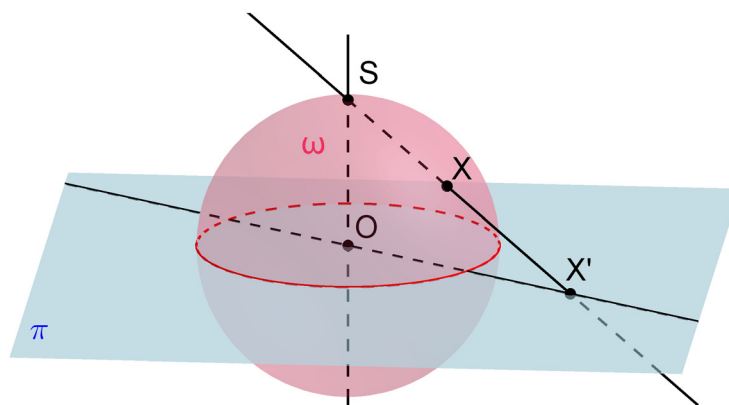
Obrázek 76: Kruhová inverze daná kružnicí ω

Středové promítání (z trojrozměrného prostoru do roviny; dané středem S), viz Obr. 77



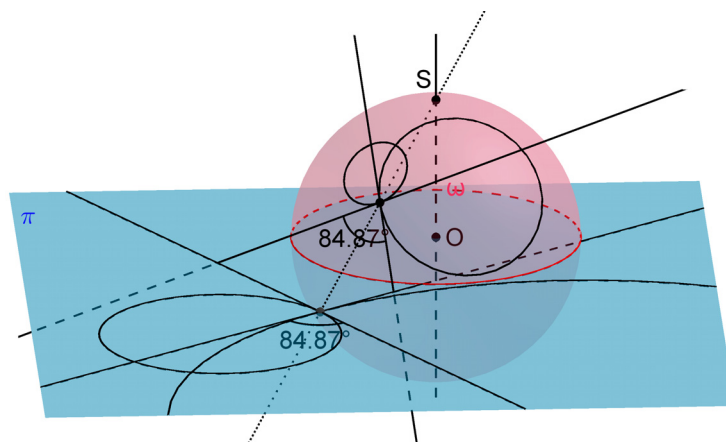
Obrázek 77: Středové promítání z trojrozměrného prostoru do roviny

Stereografická projekce⁷, viz Obr. 78



Obrázek 78: Stereografická projekce

⁷Stereografický průmět kulové plochy je středovým průmětem kulové plochy pro střed promítání S ležící na kulové ploše ω a pro průmětnu π rovnoběžnou s tečnou rovinou kulové plochy ve středu promítání S



Obrázek 79: Stereografická projekce: obrazem kružnice je kružnice, velikost úhlu se zachovává

12.3 Geometrické zobrazení v rovině

Geometrickým zobrazením v rovině rozumíme předpis, kterým je každému bodu X roviny (říkáme mu *vzor*) přiřazen právě jeden bod Y téže roviny (říkáme mu *obraz*).

Příklady takovýchto geometrických zobrazení jsou *osová souměrnost*, *středová souměrnost*, *otočení*, *posunutí*, *posunuté zrcadlení*, *identita* a *stejnolehlost*.