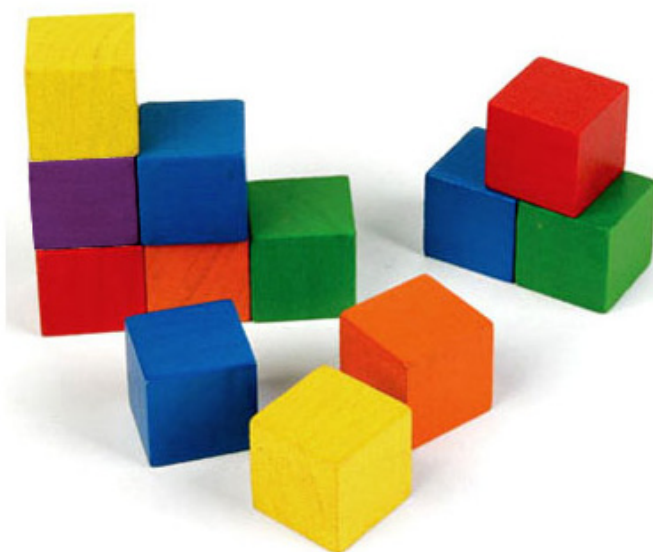


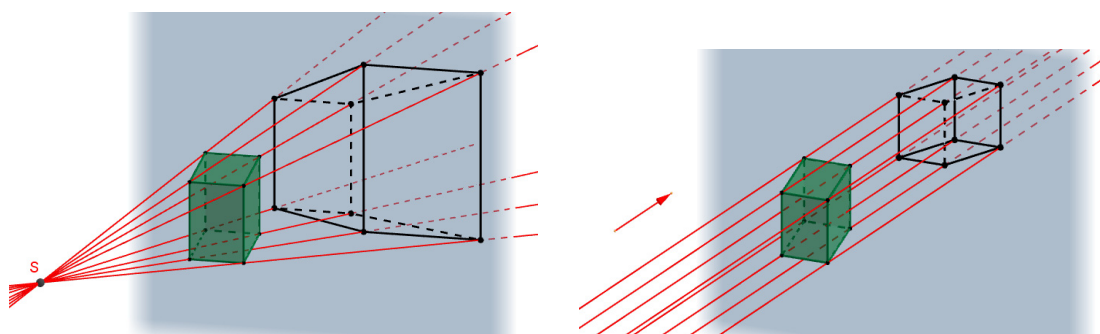
16 Stereometrie

Stereometrie je geometrií trojrozměrného prostoru. Při vyučování stereometrie sledujeme dle [5] (viz str. 354) jako jeden z cílů rozvoj těchto schopností: *schopnost názorně zachytit prostorovou situaci rovinným obrázkem, schopnost analýzy rovinného obrázku prostorové situace (tj. schopnost vidět takový obrázek „prostorově“), konstrukce těles, jejich řezů a sítí, prostorová představivost, ozřejmování vztahů zachycených útvarů.*



Obrázek 115: Kostka jako výchozí geometrické těleso

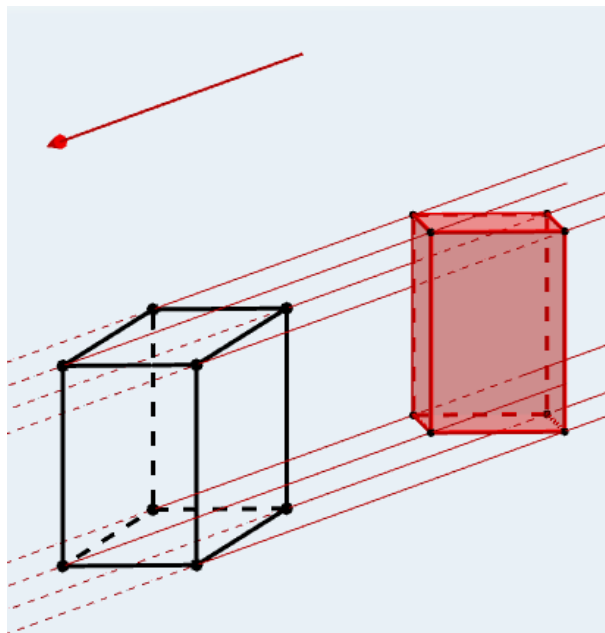
16.1 Středové a rovnoběžné promítání do roviny



Obrázek 116: Středové (vlevo) a rovnoběžné (vpravo) promítání trojrozměrného útvaru do roviny

16.2 Volné rovnoběžné promítání

Základní metodou zobrazení trojrozměrných těles používanou ve výuce na základní a střední škole je *volné rovnoběžné promítání*.

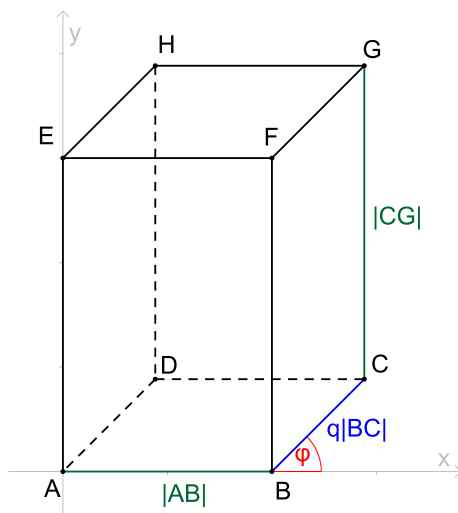


Obrázek 117: Volné rovnoběžné promítání – zobrazení kváдру v „průčelné“ poloze

Volným rovnoběžným promítáním (nazývá se též zkráceně *Volné promítání*) nazýváme rovnoběžné promítání, u kterého nezadáváme souřadnicové osy (přesněji jejich průměty). Při zobrazování těles ve volném rovnoběžném promítání dbáme na dodržení těchto vlastností (viz Obr. 117):

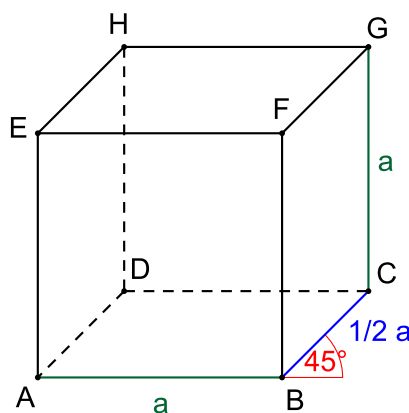
- Průmětem libovolné přímky je buď přímka nebo bod.
- Průmětem libovolných dvou rovnoběžek jsou buď rovnoběžky (mohou i splývat) nebo dva body.
- Průmětem každého geometrického útvaru, který leží v průčelné rovině (tj. v rovině rovnoběžné s průmětnou) je útvar s ním shodný.
- Geometrický útvar, který neleží v průčelné rovině se zpravidla zkresluje. Poměr rovnoběžných úseček se při tom zachovává, tj. pro dvě úsečky AB , CD a jejich obrazy $A'B'$, $C'D'$ platí $|A'B'|/|C'D'| = |AB|/|CD|$.

- Obrazy úseček kolmých k průmětně (tj. k jakékoliv průčelné rovině) jsou vzájemně rovnoběžné a s vodorovným směrem (představme si třeba směr kladné poloosy x) svírají úhel φ (zpravidla volíme $\varphi = 45^\circ$). Velikost obrazu každé takové úsečky je potom q násobkem velikosti původní úsečky, tj. pro každou úsečku KM kolmou k průmětně a její obraz $K'M'$ platí $|K'M'| = q|KM|$ (zpravidla volíme $q = \frac{1}{2}$).

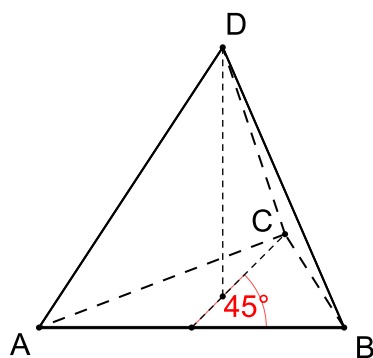


Obrázek 118: Volné rovnoběžné promítání – zobrazení kvádrů $4 \times 5 \times 6$

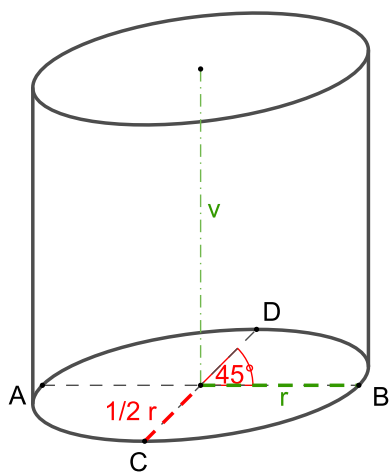
PŘÍKLAD 16.1. *Naučte se načrtnout od ruky krychli, pravidelný čtyřstěn a válec ve volném rovnoběžném promítání ($\varphi = 45^\circ$, $q = 1/2$), viz Obr. 119, 120 a 121.*



Obrázek 119: Volné rovnoběžné promítání – zobrazení krychle $a \times a \times a$



Obrázek 120: Volné rovnoběžné promítání – zobrazení pravidelného čtyřstěnu s hranou délky a



Obrázek 121: Volné rovnoběžné promítání – zobrazení válce s poloměrem r a výškou v

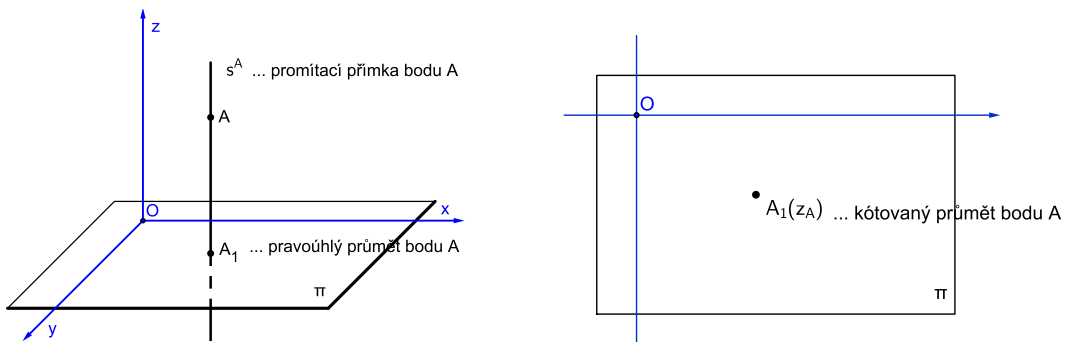
16.3 Další zobrazovací metody

V technické praxi, ale nejenom tam, se používají následující metody pro zobrazení trojrozměrných útvarů v rovině:

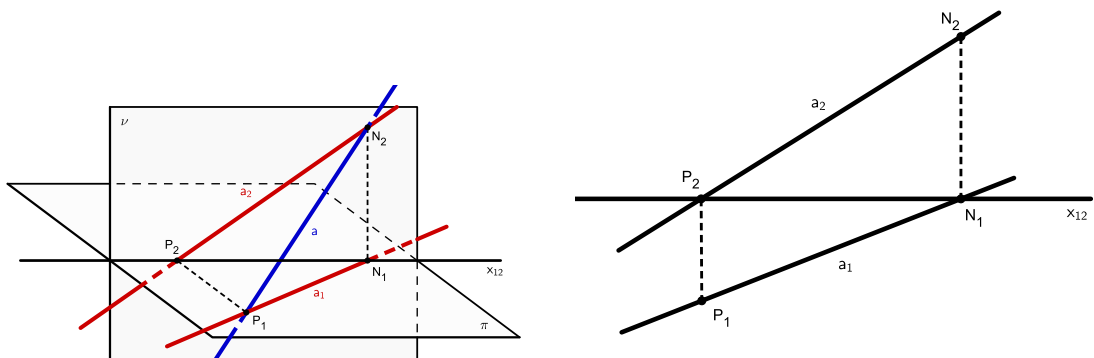
- *kótované promítání*; rovnoběžné promítání kolmo na jednu průmětnu (*půdorysnu*), viz Obr. 122,
- *Mongeovo promítání*; útvar je promítnut dvěma rovnoběžnými promítáními na dvě vzájemně kolmé průmětny (*nárysnu* a *půdorysnu*), viz Obr. 123,
- *kosouhlé promítání*; rovnoběžné promítání ve směru kosém na jednu průmětnu, která je totožná s jednou ze souřadnicových rovin, speciál-

ním případem kosoúhlého promítání je *volné rovnoběžné promítání*, viz Obr. 124,

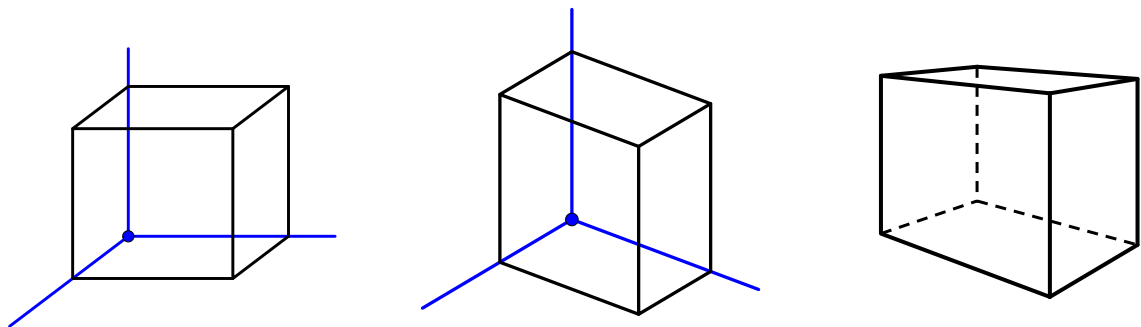
- *axonometrie*; rovnoběžné promítání na rovinu obecně umístěnou vzhledem k souřadnicovým osám, pokud je směr promítání kolmý, hovoříme o *pravoúhlé axonometrii*, viz Obr. 124,
- *perspektiva*; středové promítání, odpovídá našemu zrakovému vjemu, existuje více druhů perspektivy, viz Obr. 124.



Obrázek 122: Kótované promítání – zobrazení bodu



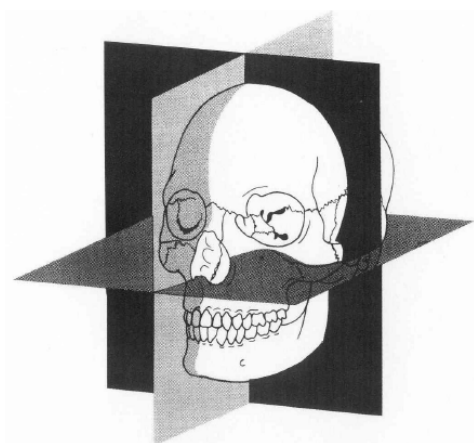
Obrázek 123: Mongeovo promítání – zobrazení přímky



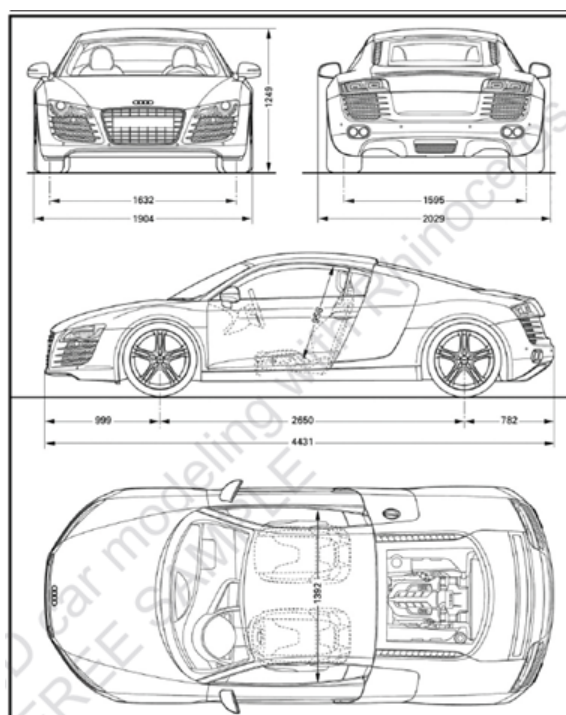
Obrázek 124: Kosoúhlé promítání (vlevo), pravoúhlá axonometrie (uprostřed), perspektiva (vpravo)

16.4 Sdružené průměty prostorového útvaru

Pro zachycení informací o prostorovém útvaru využíváme jeho kolmé průměty do jedné, dvou i více průměten, viz Obr. 125. Často je kombinujeme i s názorným průmětem útvaru, viz Obr. 126



Obrázek 125: Nárýs, půdorys a bokorys (*H. Stachell: The status of today's descriptive geometry related education in Europe*)

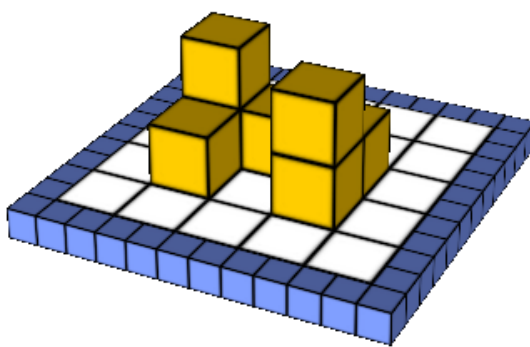


Obrázek 126: Audi R8 (www.ak3d.de/portfolio/tutorials/FreeSample.pdf)

16.5 Stavby z krychlí

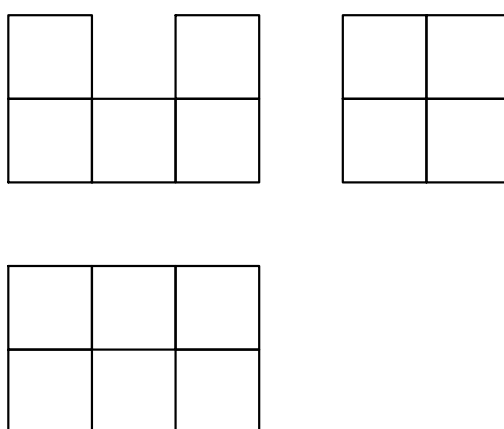
Jako stavbu z krychlí rozumíme mnohostěn, který vznikl spojením několika krychlí slepením jejich stěn.

PŘÍKLAD 16.2. Na Obr. 127 je stavba z kostek, která byla vytvořena v software Elica DALEST¹⁴. Zobrazte nárys, půdorys a bokorys této stavby. Je její tvar určen těmito třemi průměty jednoznačně? Dalo by se k jednoznačnému určení stavby využít pouze jejího půdorysu?



Obrázek 127: Stavba z kostek (<http://www.elica.net/dalest/dalest.html>)

Nárys, půdorys a bokorys tělesa z Obr. 127 vidíme na Obr. 128. Je zřejmé,



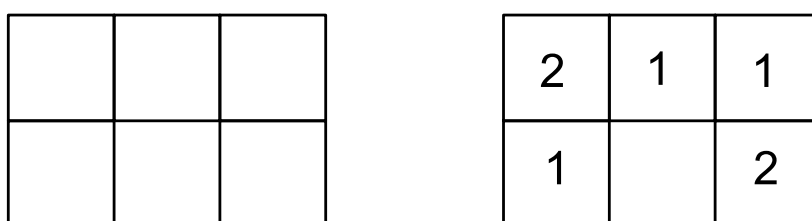
Obrázek 128: Stavba z Obr. 127 – nárys, půdorys a bokorys

že těmito třemi průměty není dané těleso jednoznačně určeno. Existuje

¹⁴<http://www.elica.net/dalest/dalest.html>

více různých těles postavených z kostek, které mají stejné průměty. Zkuste nějaké takové těleso načrtnout ve volném rovnoběžném promítání.

Přesto existuje možnost, jak takové těleso jednoznačně určit jenom jedním průmětem! Jedná se o *kótovaný půdorys*, v němž je výška jednotlivých „věží“ z kostek, z nichž je těleso sestaveno, vyjádřena číslem uvedeným v jejím půdorysu. Srovnání běžného a kótovaného půdorysu uvažovaného tělesa vidíme na Obr. 129

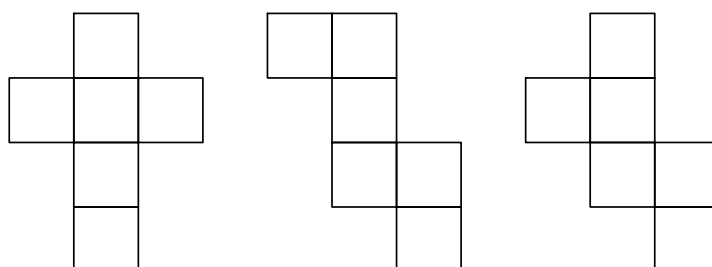


Obrázek 129: Půdorysy stavby z kostek – běžný (vlevo) a kótovaný (vpravo)

16.6 Síť těles složených z kostek

Sítí mnohostěnů (těleso „slepené“ z kostek je mnohostěn) rozumíme takové souvislé uspořádání všech jejich stěn do roviny, že po jeho vystřížení bychom byli schopni z něho těleso vytvořit (přesněji povrch či hranici tělesa).

PŘÍKLAD 16.3. *Pokuste se nakreslit co nejvíce sítí krychle.*



Obrázek 130: Tři vybrané sítě krychle

Existuje 11 různých sítí krychle. Tři z nich vidíme na Obr. 130. Pokuste se načrtnout i ty ostatní, nebo alespoň některé z nich.

Literatura

- [1] Devlin, K. *Jazyk matematiky*. ARGO, 2003.
- [2] Askew, M. a S. Ebbutt. *Geometrie bez (m)učení: od Pythagora k dobývání vesmíru: abeceda geometrie v každodenním životě: fascinující tvary a konstrukce*. Praha: Grada, 2012. ISBN 978-80-247-4125-3.
- [3] Eukleides, *Základy. Knihy I–IV.*, koment. Petrem Vopěnkou, OPS, Nymburk, 2008.
- [4] Eukleides, *Eukleidovy základy (Elementa)*, překlad F. Servít, 1907.
Dostupné na https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eukleides_Servit.pdf
- [5] Hejný, M. et al. *Teória vyučovania matematiky 2*. 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1988.
- [6] Kuřina, F. *10 geometrických transformací*. Prometheus, Praha, 2002.
- [7] Kuřina, F. *10 pohledů na geometrii*. Akademie věd České republiky, Praha, 1996.
- [8] Kuřina, F. *Matematika jako pedagogický problém: mé didaktické krédo*. Hradec Králové: Gaudamus, 2016.
- [9] Odvárko, O., Kadleček, J. *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia*. Praha: Prometheus, 2004. ISBN 80-7196-276-7.
- [10] Pavlíček, J. B. *Základy neeukleidovské geometrie Lobačevského*. Přírodovědecké nakladatelství, Praha, 1953.
Dostupné na <http://dml.cz/dmlcz/402750>
- [11] Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 10. vydání. Praha: Prometheus, 2015. ISBN 978-80-7196-458-2.
- [12] Švrček, J. *Vybrané kapitoly z geometrie trojúhelníka*. Praha: Karolinum, 1998. ISBN 80-7184-584-1.
- [13] Schwabik, Š., Šarmanová, P. Určitý integrál a počátky teorie míry (19. století) In: Štefan Schwabik (author); Petra Šarmanová (author): *Malý průvodce historií integrálu*. (Czech). Praha: Prometheus, 1996. pp. 54–69.
- [14] Vopěnka, P. *Trýznivé tajemství*. Práh, Praha, 2003.
- [15] Vyšín, J. a kol.: *Geometria pre pedagogické fakulty II*, Bratislava, 1970.