

PŘÍKLAD: Rozhodněte o řešitelnosti dané soustavy lineárních rovnic. Pokud řešení existuje, určete ho. (*Nápověda:* Knihovna funkcí - Lineární algebra, Vybraná témata - Okno Algebra - Vektory a matice)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 1 \\-3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 10x_4 &= -1 \\2x_1 + 4x_2 + 5x_4 &= 4 \\x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 3.\end{aligned}$$

#1: InputMode := Word

#2: SOLVE([x1 + 2·x2 - x3 + 3·x4 = 1, - 3·x1 - 6·x2 + 5·x3 - 10·x4 = -1, 2·x1 + 4·x2 + 5·x4 = 4, x1 + 2·x2 + x3 + 2·x4 = 3], [x1, x2, x3, x4])

#3:
$$\left[x_1 + 2 \cdot x_2 + \frac{5 \cdot x_4}{2} = 2 \wedge x_3 - \frac{x_4}{2} = 1 \right]$$

Soustava má nekonečně mnoho řešení. Výsledek přímého řešení ale nedostaneme ve tvaru, obvyklém pro zápis nekonečně mnoha řešení.

Převédeme tedy rozšířenou matici soustavy na gaussov tvar:

#4:
$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -3 & -6 & 5 & -10 \\ 2 & 4 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

#5:
$$B := \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

#6: Ar := APPEND_COLUMNS(A, B)

#7:
$$Ar := \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ -3 & -6 & 5 & -10 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

#8: Ar1 := PIVOT(Ar, 1, 1)

#9: Ar1 :=
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

#10: Ar2 := PIVOT(Ar1, 2, 3)

#11: Ar2 :=
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ten nám napoví, které proměnné volit jako neznámé (x1, x3) a které nechat jako parametry (x2, x4).

#12: SOLVE([x1 + 2·x2 - x3 + 3·x4 = 1, - 3·x1 - 6·x2 + 5·x3 - 10·x4 = -1, 2·x1 + 4·x2 + 5·x4 = 4, x1 + 2·x2 + x3 + 2·x4 = 3], [x1, x3])

#13:
$$\left[x1 = - \frac{4 \cdot x2 + 5 \cdot x4 - 4}{2} \wedge x3 = \frac{x4 + 2}{2} \right]$$