

Lineární kombinace vektorů

1. Vytvořte uvedenou lineární kombinaci s danými vektory a koeficienty.

a) $k\vec{a} + l\vec{b}$; $\vec{a} = (1, 3, 0)$, $\vec{b} = (-2, 0, 4)$; $k = 1, l = 5$,

b) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c}$; $\vec{a} = (2, 10)$, $\vec{b} = (-1, 5)$, $\vec{c} = (9, -7)$; $k = 4, l = 3, m = -2$,

c) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c}$; $\vec{a} = (4, 3, -2)$, $\vec{b} = (0, 2, -1)$, $\vec{c} = (3, 1, -7)$; $k = 2, l = -3, m = 5$,

d) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c}$; $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (0, 1)$, $\vec{c} = (3, 1, 0)$; $k = 7, l = 4, m = -2$.

2. Určete koeficienty příslušné lineární kombinace tak, aby platila uvedená rovnost.

a) $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{o}$; $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (-2, 6)$, $\vec{o} = (0, 0)$ (tzv. nulový vektor),

b) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c} = \vec{d}$; $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, -1)$, $\vec{c} = (1, 1, 0)$, $\vec{d} = (1, 2, 1)$.

Soustavy lineárních rovnic

1. Řešte dané soustavy v R^2 (R^3)

(a)
$$\begin{aligned} x + y &= 5 \\ 2x + y &= 6 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x + y &= 5 \\ 2x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ 2x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ 3x - 5y &= 2 \end{aligned}$$

(e)
$$x + 2y - z = 3$$

(f)
$$x + y = 1$$

(g)
$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 5 \\ 2x + y + z &= 7 \end{aligned}$$

(h)
$$x + z = 3$$

$$2x + y + z = 3$$

$$3x - y + 2z = 8$$

(i)
$$x - y + 5z = 2$$

$$4x + 3y - z = 3$$

$$8x + 6y - 2z = 7$$

(j)
$$2x + y + z = 9$$

$$x - y + z = 2$$

$$x - 4y + 2z = -3$$

Úlohy na další procvičení

2. Řešte dané soustavy v R^2 (R^3 , R^4)

(a)
$$\begin{aligned} 2x - 6y &= 4 \\ -x + 3y &= 2 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x - 3y &= 1 \\ 5x - 15y &= 5 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} p + q - r &= 0 \\ 2p - q + 3r &= 3 \\ -p - q &= 6 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} 2u - v + 2w &= 2 \\ -u - v + 3w &= 1 \\ 3u - 2w &= 1 \end{aligned}$$

(e)
$$\begin{aligned} 5x_1 + 3x_2 - x_3 &= 9 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= -1 \end{aligned}$$

(f)
$$\begin{aligned} x + z - 2w &= -3 \\ 2x - y + 2z - w &= -5 \\ -6y - 4z + 2w &= 2 \\ x + 3y + 2z - w &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{(g)} & \begin{array}{l} 3x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_3 + 3x_4 = 1 \end{array} \\
 \text{(h)} & \begin{array}{l} 2x + 2y + 3z = 1 \\ y + 2z = 3 \\ 4x + 5y + 7z = 15 \end{array}
 \end{array}$$

Domácí úkol

Příklad 1: Řešte dané soustavy v R^2 (R^3 , R^4)

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} & \begin{array}{l} x - y = 7 \\ x + 2y = 3 \end{array} & \text{(b)} \quad \begin{array}{l} 6u + v = 5 \\ 3u - 2v = 5 \end{array} & \text{(c)} \quad x + 2y = 3 \\
 \text{(d)} & \begin{array}{l} x - y = 3 \\ x + 2y = 9 \\ 2x - 3y = 4 \end{array} & \text{(e)} \quad \begin{array}{l} p + q - r = 0 \\ 2p - q + 3r = 3 \\ -p - q = 6 \end{array} & \text{(f)} \quad \begin{array}{l} 2u - v + 2w = 2 \\ -u - v + 3w = 1 \\ 3u - 2w = 1 \end{array}
 \end{array}$$

Příklad 2: Určete hodnoty koeficientů a , b a c tak, aby soustava rovnic $ax + by + cz = 3$, $ax - y + cz = 1$, $x + by - cz = 2$ měla řešení $x = 1$, $y = 2$, $z = -1$.

Příklad 3: Jaká množství 20% a 60% alkoholu musíme smísit, abychom dostali 50 litrů 30% alkoholu?

Příklad 4: Výlet lodí po proudu řeky do místa vzdáleného 75 km trvá 3 hodiny, zpáteční cesta proti proudu pak trvá 5 hodin. Určete průměrnou rychlost lodi vzhledem ke klidné vodě a průměrnou rychlost vody tekoucí v řece.