3.1 Cvičení - Užití matic při řešení soustav lineárních rovnic

Lineární kombinace vektorů

1. Vytvořte uvedenou lineární kombinaci s danými vektory a koeficienty.

a) $k\vec{a} + l\vec{b}$; $\quad \vec{a} = (1, 3, 0), \vec{b} = (-2, 0, 4); k = 1, l = 5,$

b) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c}$; $\quad \vec{a} = (2, 10), \vec{b} = (-1, 5), \vec{c} = (9, -7); k = 4, l = 3, m = -2,$

c) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c}$; $\quad \vec{a} = (4, 3, -2), \vec{b} = (0, 2, -1), \vec{c} = (3, 1, -7); k = 2, l = -3, m = 5,$

d) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c}$; $\quad \vec{a} = (1, 0, 2), \vec{b} = (0, 1), \vec{c} = (3, 1, 0); k = 7, l = 4, m = -2.$

2. Určete koeficienty příslušné lineární kombinace tak, aby platila uvedená rovnost.

a) $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{o}$; $\quad \vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (-2, 6), \vec{o} = (0, 0)$ (*nulový vektor*),

b) $k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c} = \vec{d}$; $\quad \vec{a} = (1, 0, 1), \vec{b} = (0, 1, -1), \vec{c} = (1, 1, 0), \vec{d} = (1, 2, 1).$

Soustavy lineárních rovnic

1. Řešte dané soustavy v R^2 (R^3)

(a) $\begin{aligned} x + y &= 5 \\ 2x + y &= 6 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} x + y &= 5 \\ 2x + 2y &= 6 \end{aligned}$ (c) $\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ 2x + 4y &= 10 \end{aligned}$ (d) $\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ 3x - 5y &= 2 \end{aligned}$

(e) $x + 2y - z = 3$ (f) $x + y = 1$ (g) $\begin{aligned} x + 2y - z &= 5 \\ 2x + y + z &= 7 \end{aligned}$

(h)
$$\begin{aligned} x+z &= 3 \\ 2x+y+z &= 3 \\ 3x-y+2z &= 8 \end{aligned}$$

(i)
$$\begin{aligned} x-y+5z &= 2 \\ 4x+3y-z &= 3 \\ 8x+6y-2z &= 7 \end{aligned}$$

(j)
$$\begin{aligned} 2x+y+z &= 9 \\ x-y+z &= 2 \\ x-4y+2z &= -3 \end{aligned}$$

Úlohy na další procvičení

2. Řešte dané soustavy v R^2 (R^3, R^4)

(a)
$$\begin{aligned} 2x-6y &= 4 \\ -x+3y &= 2 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x-3y &= 1 \\ 5x-15y &= 5 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} p+q-r &= 0 \\ 2p-q+3r &= 3 \\ -p-q &= 6 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} 2u-v+2w &= 2 \\ -u-v+3w &= 1 \\ 3u-2w &= 1 \end{aligned}$$

(e)
$$\begin{aligned} 5x_1+3x_2-x_3 &= 9 \\ 3x_1+2x_2-x_3 &= 5 \\ x_1+x_2+x_3 &= -1 \end{aligned}$$

(f)
$$\begin{aligned} x+z-2w &= -3 \\ 2x-y+2z-w &= -5 \\ -6y-4z+2w &= 2 \\ x+3y+2z-w &= 1 \end{aligned}$$

(g)
$$\begin{aligned} 3x_1+x_2 &= 1 \\ x_1+3x_2+x_3 &= 1 \\ x_2+3x_3+x_4 &= 1 \\ x_3+3x_4 &= 1 \end{aligned}$$

(h)
$$\begin{aligned} 2x+2y+3z &= 1 \\ y+2z &= 3 \\ 4x+5y+7z &= 15 \end{aligned}$$

Domácí úkol

Příklad 1: Řešte dané soustavy v R^2 (R^3, R^4)

(a)
$$\begin{aligned} x - y &= 7 \\ x + 2y &= 3 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} 6u + v &= 5 \\ 3u - 2v &= 5 \end{aligned}$$

(c)
$$x + 2y = 3$$

(d)
$$\begin{aligned} x - y &= 3 \\ x + 2y &= 9 \\ 2x - 3y &= 4 \end{aligned}$$

(e)
$$\begin{aligned} p + q - r &= 0 \\ 2p - q + 3r &= 3 \\ -p - q &= 6 \end{aligned}$$

(f)
$$\begin{aligned} 2u - v + 2w &= 2 \\ -u - v + 3w &= 1 \\ 3u - 2w &= 1 \end{aligned}$$

Příklad 2: Určete hodnoty koeficientů a, b a c tak, aby soustava rovnic $ax + by + cz = 3$, $ax - y + cz = 1$, $x + by - cz = 2$ měla řešení $x = 1$, $y = 2$, $z = -1$.

Příklad 3: Jaká množství 20% a 60% alkoholu musíme smísit, abychom dostali 50 litrů 30% alkoholu?

Příklad 4: Výlet lodí po proudu řeky do místa vzdáleného 75 km trvá 3 hodiny, zpáteční cesta proti proudu pak trvá 5 hodin. Určete průměrnou rychlost lodi vzhledem ke klidné vodě a průměrnou rychlost vody tekoucí v řece.