

4.4 Cvičení - Maticové operace

1. Pro následující matice určete hodnoty parametrů a , b a c , tak, aby platilo $A = B$:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} a^2 & 1 & c \\ 2 & 3 & a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -a & 1 & 4 \\ 2 & b & -1 \end{bmatrix},$$

$$\text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ a & 2 & 4 \\ 9 & 1 & c \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ b & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{c) } A = \begin{bmatrix} a^2 & a & 1 \\ b & 1 & 2 \\ 1+a & 2+c & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a^2 & a & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

$$\text{d) } A = \begin{bmatrix} 1 & 3+a & 2 \\ 1+b & a & 5 \\ b^2 & 1 & a^2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & c \\ 4 & a & 5 \\ b^2 & 1 & a^2 \end{bmatrix}.$$

2. Určete hodnoty všech uvedených neznámých:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} x-3 \\ 12 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ y \\ z+4 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} x+y & 1 \\ 0 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 2x+3y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

3. Určete hodnoty neznámých x , y v níže uvedených rovnicích, jestliže a , b , c a d jsou reálná čísla různá od nuly:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} ax \\ by \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} ax+y \\ bx+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } [ax+b \quad cy+d] = [1 \quad 0].$$

4. Pro uvedené matice A , B vypočítejte lineární kombinace s koeficienty k , l v uvedeném pořadí:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}; k = 1, l = 3,$$

$$\text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}; k = -1, l = 2,$$

$$\text{c) } A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}; k = 4, l = -2,$$

$$\text{d) } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}; k = -3, l = 3.$$

5. Řešte uvedené maticové rovnice pro neznámou matici X .

$$\text{a) } X + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } X + \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 9 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\text{c) } X + 3 \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 10 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{d) } X - \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\text{6. Jsou dány matice } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Určete neznámou matici X , která je řešením rovnice (tzv. maticová rovnice):

$$\text{a) } 2X - A = B,$$

$$\text{b) } X + 2B + A = I,$$

$$\text{c) } B^T - 2I = A + X,$$

$$\text{d) } X - A^T = 3B - 2X - A,$$

$$\text{e) } 3X + B^T = 2A + X - B.$$

7. Jsou dány matice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Určete neznámou matici X , která je řešením rovnice:

$$2(I - X) + A^T = 2A + 3(X - B + 2C).$$

Domácí úkol

Příklad 1: Řešte maticovou rovnici pro neznámou matici X :

$$X - \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Příklad 2: Jsou dány matice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Určete neznámou matici X , která je řešením rovnice

$$2(I - X) + A^T = 2A + 3(X - B + 2C).$$