

7.7 Cvičení

1. Určete hodnoti daných matic:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}; \{3\}$, b) $\begin{bmatrix} 0 & -3 & 4 \\ 1 & -6 & 8 \\ 0 & 3 & -4 \\ 0 & -\frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}; \{2\}$, c) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix}; \{2\}$,

d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 6 & 7 \end{bmatrix}; \{2\}$, e) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 & 2 \\ 1 & -4 & 6 & 1 \\ 7 & 5 & 3 & 4 \\ 9 & -14 & 28 & 7 \end{bmatrix}; \{2\}$,

f) $\begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & 5 \\ 3 & -7 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}; \{3\}$, g) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 1 & -2 \\ -2 & -7 & 8 & 14 \\ 4 & 3 & -2 & -6 \\ -3 & -5 & 4 & 7 \end{bmatrix}; \{3\}$,

h) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & 56 & 11 \\ 6 & -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}; \{3\}$, i) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}; \{3\}$,

j) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \{5\}$, k) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 14 & 32 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 32 & 77 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \{3\}$.

2. Určete inverzní matice k daným maticím:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{e) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{f) } \begin{bmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 11 & 7 \\ 7 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

3. Dané soustavy řešte užitím inverzní matice:

$$\begin{array}{l} 2x - 3y + z = 0 \\ \text{a) } \quad x + 2y - z = 3 \\ \quad \quad \quad 2x + y + z = 12. \end{array}, \quad \begin{array}{l} x + y - z = 3 \\ \text{b) } \quad x - z = 1 \\ \quad \quad \quad 2y + z = 7. \end{array}$$

4. Vypočtěte matici X z rovnice:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } X \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}.$$

5. K daným maticím A, B vypočtěte $A^{-1}, B^{-1}, B^{-1}A^{-1}$ a $(A \cdot B)^{-1}$ a součiny $B^{-1}A^{-1}$ a $(A \cdot B)^{-1}$ vzájemně porovnejte:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$