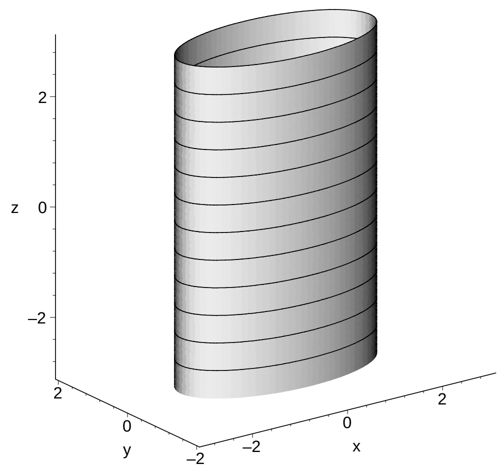
2.4 Válcová plocha

Válcová plocha patří mezi nestředové singulární kvadriky, jejichž matice má hodnost tři. Jedná se o přímkovou plochu.

Vhodnou volbou kartézské soustavy souřadnic získáme rovnici

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \tag{2.51}$$

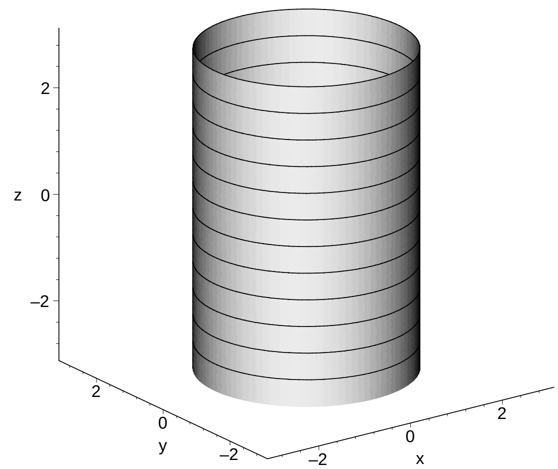
která je rovnicí *eliptické válcové plochy.*



Obrázek 2.32: Eliptická válcová plocha

Válcovou plochu (2.51) můžeme vytvořit z přímek rovnoběžných s osou z, které procházejí elipsou, danou stejnou rovnicí (2.51).
Rovina $z = k,\ k \in \mathbb{R}$ protíná válcovou plochu v elipsách shodných s elipsou (2.51).
Rovina $x = k$ pro $|k| < a$ protíná válcovou plochu ve dvojici rovnoběžek, pro rovinu $x = k$ dostaneme dvojnásobnou přímku, podél které se rovina dotýká válcové plochy. Je-li $|k| > a$, potom rovina $x = k$, jak můžeme nahlédnout z rovnice (2.51), plochu neprotíná. Analogický výsledek dostaneme pro roviny $y = k$.

Jestliže $a = b$ (2.51), jedná se *rotační válcovou plochu,* kterou získáme rotací přímky rovnoběžné s osou rotace z.



Obrázek 2.33: Rotační válcová plocha

Mezi eliptické válcové plochy patří i plocha

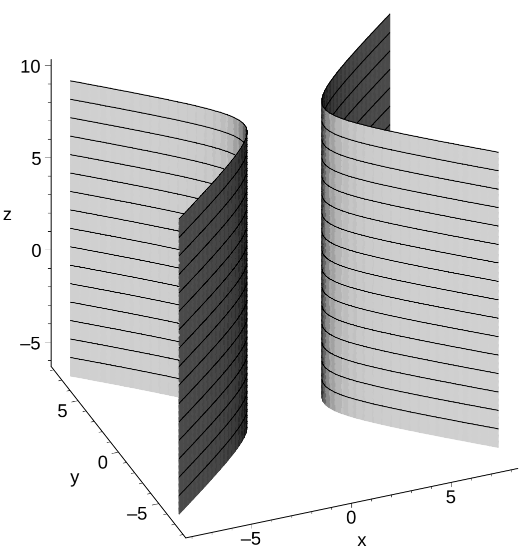
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1, \tag{2.52}$$

která je rovnicí *imaginární eliptické válcové plochy.* Tato plocha neobsahuje žádný reálný bod.

Rovnice

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{2.53}$$

je rovnicí *hyperbolické válcové plochy.*



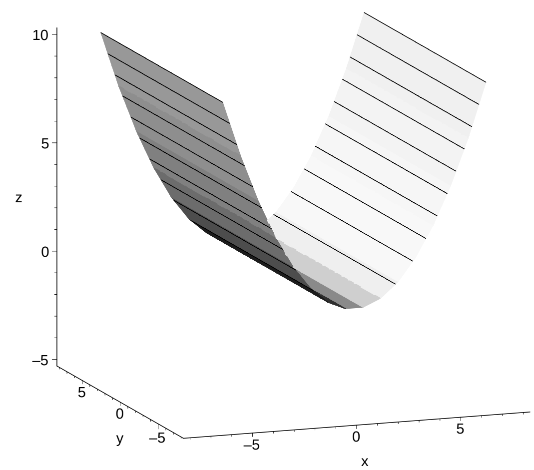
Obrázek 2.34: Hyperbolická válcová plocha

Hyperbolickou válcovou plochu můžeme dostat jako množinu všech přímek rovnoběžných s osou z, které procházejí hyperbolou, která má stejnou rovnici jako (2.53).
Rovina $z = k$, $k \in \mathbb{R}$ protíná válcovou plochu (2.53) v hyperbole, která je shodná s (2.53).
Rovina $x = k$ pro $|k| > a$ protíná válcovou plochu (2.53) ve dvojici rovnoběžek. Je-li $k = a$ nebo $k = -a$ potom se rovina $x = k$ válcové plochy (2.53) dotýká podél přímky a je tak tečnou rovinou válcové plochy. Jestliže $|k| < a$, potom rovina $x = k$ plochu neprotíná. Analogický výsledek obdržíme pro řezy rovinami $y = k$.

Válcová plocha, jejíž rovnice ve vhodně zvolené kartézské soustavě souřadnic je

$$\frac{x^2}{a^2} = 2kz, \tag{2.54}$$

kde $k \neq 0$, se nazývá *parabolická válcová plocha.*



Obrázek 2.35: Parabolická válcová plocha

Parabolická válcová plocha (2.54) se skládá z přímek, které procházejí parabolou o rovnici (2.54), které jsou rovnoběžné s osou z.
Rovina $y = m$, $m \in \mathbb{R}$ protíná válcovou plochu (2.54) v parabole, která je shodná s parabolou (2.54).
Rovina $x = m$ protíná válcovou plochu (2.54) v přímce, která je rovnoběžná s osou y.
Rovina $z = m$ protíná plochu (2.54) v případě, že $m \cdot k > 0$ ve dvojici rovnoběžek. Jestliže $m = 0$, potom se rovina $z = 0$ dotýká válcové plochy podél osy $y = 0$ a je její tečnou rovinou. Je-li že $m \cdot k < 0$, potom rovina $z = m$ plochu (2.54) neprotíná.