

1. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Elipsa Vysvětlete vznik kuželoseček (regulárních i singulárních) jako řezů kuželové a válcové plochy rovinou. Potom se zaměřte na *elipsu*. Uveďte její definici jako množiny bodů dané vlastnosti, vysvětlete a ilustруйте pojmy střed, ohniska, poloosy, vrcholy, délková výstřednost, numerická výstřednost, charakteristický trojúhelník, kanonická rovnice elipsy, středový tvar rovnice elipsy a obecný tvar rovnice elipsy. Popište vybrané metody konstrukce elipsy (proužková, trojúhelníková, bodová, zahradnická, ...). Uveďte příklad praktické aplikace vlastností elipsy.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: Sestrojte parabolu p (tj. určete její vrchol, řídicí přímku a střed hyperoskulační kružnice), je-li dáno její ohnisko F , bod M a tečna t .

-
2. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Hyperbola. Vysvětlete vznik kuželoseček (regulárních i singulárních) jako řezů kuželové a válcové plochy rovinou. Potom se zaměřte na *hyperbolu*. Uveďte její definici jako množiny bodů dané vlastnosti, vysvětlete a ilustруйте pojmy střed, ohniska, poloosy, vrcholy, délková výstřednost, numerická výstřednost, asymptoty, charakteristický trojúhelník, kanonická rovnice hyperboly, středový tvar rovnice hyperboly, obecný tvar rovnice hyperboly. Popište postup bodové konstrukce hyperboly. Popište roli hyperboly jako grafu nepřímé úměrnosti, uveďte její rovnici.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: Elipsa je dána svými ohnisky F_1, F_2 a tečnou t . Určete bod dotyku T tečny s elipsou a elipsu sestrojte (tj. určete její vrcholy a středy hyperoskulačních kružnic).

-
3. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Parabola. Vysvětlete vznik kuželoseček (regulárních i singulárních) jako řezů kuželové a válcové plochy rovinou. Potom se zaměřte na *parabolu*. Uveďte její definici jako množiny bodů dané vlastnosti, vysvětlete a ilustруйте pojmy ohnisko, řídicí přímka, vrchol, parametr, kanonická rovnice paraboly, vrcholový tvar rovnice paraboly, obecný tvar rovnice paraboly. Popište postup bodové konstrukce paraboly. Objasněte ohniskové vlastnosti paraboly; tečna vs. vnější úhly průvodičů, řídicí a vrcholová přímka paraboly. Uveďte příklady praktického využití vlastností paraboly.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: Elipsa je dána ohnisky F_1, F_2 a bodem dotyku T její tečny t . Sestrojte elipsu (tj. určete její vrcholy a středy hyperoskulačních kružnic) a tečnu t .

4. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Přímka vs. regulární kuželosečka. Klasifikujte vzájemné polohy kuželosečky a přímky. Kolik bodů může mít přímka společných s regulární kuželosečkou? Vysvětlete a obrázkem ilustrujte význam poláry daného bodu vzhledem ke kuželosečce. Popište konstrukci poláry vzhledem k vnějšímu i vnitřnímu bodu elipsy. Jaké věty při tom využíváme. Uveďte rovnice tečen a polár vzhledem k regulárním kuželosečkám. Použijte jak kanonický, tak i maticový tvar. Jaké věty platí pro vztah mezi tečnou kuželosečky a průvodiči bodu dotyku pro jednotlivé kuželosečky?

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *K elipse určené ohnisky F_1, F_2 a hlavními vrcholy A, B veďte jejím vnějším bodem R tečny.*

5. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Kuželosečky jako řezy na kuželové a válcové ploše. Objasněte vznik jednotlivých kuželoseček, regulárních i singulárních, jako řezů kuželové a válcové plochy rovinou. Vyslovte Quételetovu-Dandelinovu větu a představte její důkaz pro kuželosečku dle Vašeho výběru. Definujte všechny tři regulární kuželosečky pomocí řídicí přímky. Jakou roli v této definici hraje numerická výstřednost? Alespoň na vybrané kuželosečce uveďte tuto definici do názorného vztahu s Quételetovou-Dandelinovou větou.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *K elipse určené ohnisky F_1, F_2 a hlavními vrcholy A, B veďte jejím vnějším bodem R tečny.*

6. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Ohniskové vlastnosti kuželoseček. Pro všechny tři regulární kuželosečky vyslovte věty o vztahu mezi tečnou a průvodiči bodu dotyku. Naznačte myšlenku důkazu alespoň pro jednu z kuželoseček. Vysvětlete a ilustrujte konkrétními příklady pojmy vrcholová a řídicí kružnice, případně vrcholová a řídicí přímka. Uveďte příklady praktických aplikací ohniskových vlastností vybraných kuželoseček. Naznačte důkaz věty: *Přímka, která spojuje průsečík dvou tečen paraboly se středem spojnice jejich bodů dotyku je rovnoběžná s osou paraboly.*

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Elipsa je dána ohnisky F_1, F_2 a bodem dotyku T její tečny t . Sestrojte elipsu (tj. určete její vrcholy a středy hyperoskulačních kružnic) a tečnu t .*

7. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Algebraická rovnice kuželosečky. Obecná rovnice kuželosečky. Maticový tvar rovnice kuželosečky. Velký a malý determinant kuželosečky. Regulární a singulární kuželosečky, jejich identifikace. Kuželosečka eliptického, parabolického a hyperbolického typu. Kuželosečky středové a nestředové. Rovnice tečny kuželosečky v daném bodě v maticovém tvaru. Geometrický význam pojmu polára bodu a pól přímky vzhledem ke kuželosečce. Rovnice poláry v maticovém tvaru.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Napište rovnici elipsy, jejímiž ohnisky jsou body $F_1[2, 5]$ a $F_2[2, 1]$, která prochází bodem $M[5, 1]$.*

8. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Převedení rovnice kuželosečky na kanonický tvar transformací souřadnic. Vysvětlete princip převodu obecné rovnice kuželosečky na kanonický tvar pomocí otočení a posunutí. Postup ilustруйте řešením příkladu: *Vyšetřete kuželosečku, která má v dané soustavě souřadnic rovnici $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$.*

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *K elipse určené ohnisky F_1, F_2 a hlavními vrcholy A, B veďte tečny směru, který je dán vektorem \vec{r} .*

9. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Hlavní směry. Objasněte pojmy velký a malý determinant kuželosečky a popište jejich role v identifikaci následujících charakteristik kuželosečky: asymptotický směr kuželosečky, střed kuželosečky, sdružené směry kuželosečky, sdružené průměry, hlavní směry kuželosečky, charakteristická rovnice. Naznačte postup uvedení rovnice kuželosečky do kanonického tvaru užitím hlavních směrů, využijte příklad: *Vyšetřete kuželosečku $6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$.*

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Sestrojte parabolu p (tj. určete její vrchol, řídicí přímku a střed hyperoskulační kružnice), je-li dáno její ohnisko F , bod M a tečna t .*

10. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Singulární kuželosečky. Objasněte vznik singulárních kuželoseček jako řezů na kuželové či válcové ploše. Vyslovte definici singulárního bodu a objasněte roli velkého a malého determinantu při identifikaci singulární kuželosečky. Postup analýzy singulární kuželosečky ilustруйте na příkladu: *Vyšetřete kuželosečku $6x^2 - xy - 2y^2 + 5x + 6y - 4 = 0$.*

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Sestrojte parabolu p (tj. určete její vrchol, řídicí přímku a střed hyperoskulační kružnice), jsou-li dány její tečny t_1, t_2 s body dotyku T_1, T_2 .*

11. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Kvadriky. Uveďte obecnou rovnici kvadriky. Stručně charakterizujte následující kvadriky: elipsoid, hyperboloid, paraboloid, válcová plocha a kuželová plocha. Čiňte tak s odkazem na jejich souvislosti s příslušnými kuželosečkami a na jejich praktické užití. Souvislost s kuželosečkami uvádějte názorně i prostřednictvím rovnic. Věnujte se i rotačním variantám uvedených kvadrik.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Elipsa je dána svými ohnisky F_1, F_2 a tečnou t . Určete bod dotyku T tečny s elipsou a elipsu sestrojte (tj. určete její vrcholy a středy hyperoskulačních kružnic).*

12. **TEORETICKÁ ČÁST** (*Vysvětlete uvedené pojmy, používejte odpovídající terminologii, uvádějte konkrétní příklady a buďte připraveni objasnit příslušné definice a věty.*)

Regulární kuželosečky. Definujte pojem regulární kuželosečka. Objasněte význam pojmů asymptotický směr, sdružené směry, sdružené průměry, hlavní směry, střed kuželosečky. Význam sdružených průměrů vysvětlete na elipse. Popište postup Rytzovy konstrukce elipsy zadané sdruženými průměry a ukažte její souvislost s proužkovou konstrukcí elipsy. Uveďte postupy určení středů hyperoskulačních kružnic pro elipsu, hyperbolu i parabolu.

PRAKTICKÁ ČÁST (*Řešte uvedený příklad a buďte připraveni svůj postup vysvětlit.*)

Příklad: *Sestrojte parabolu p (tj. určete její vrchol, řídicí přímku a střed hyperoskulační kružnice), je-li dáno její ohnisko F , bod M a tečna t .*
