

- 1. Okruh polynomů. Obor integrity polynomů.** Uveďte definici okruhu a oboru integrity. Uveďte příklady. Porovnejte funkční a algebraickou definici polynomu (stupeň polynomu, rovnost, sčítání a násobení polynomů). Popište vztah mezi okruhem polynomů $O_I(x)$ jedné proměnné x a oborem integrity polynomů $I[x]$ jedné neurčité x . Za jaké podmínky jsou tyto struktury vzájemně izomorfní?
- 2. Algebraická rovnice.** Vysvětlete následující pojmy a každý ilustруйте příkladem: algebraická rovnice nad oborem integrity I , kořen (nulový bod) polynomu, algebraický prvek, transcendentní prvek. Vyslovte větu o dělitelnosti polynomů v oboru integrity.
- 3. Bezoutova věta. Hornerovo schéma.** Vyslovte Bezoutovu větu. Odvoďte Hornerovo schéma a na jednoduchém příkladu ilustруйте možnosti jeho využití. Co to je Taylorův rozvoj polynomu?
- 4. Vícenásobné nulové body polynomu.** Charakterizujte vícenásobný nulový bod polynomu. Jak ověříme násobnost kořene užitím Hornerova schématu? Jak poznáme násobnost kořenů? Jak odstraníme vícenásobné kořeny?
- 5. Derivace polynomu.** Vysvětlete pojem charakteristika oboru integrity. Definujte derivaci polynomu. Jaká je souvislost derivace polynomu s Hornerovým schématem? Co rozumíme pojmem Taylorův rozvoj polynomu?
- 6. Největší společný dělitel polynomů.** Popište Eukleidův algoritmus pro určení NSD dvou polynomů. Vysvětlete roli NSD dvou polynomů při odstraňování vícenásobných nulových bodů polynomu.
- 7. Celočíselné a racionální kořeny polynomu.** Vysvětlete, jak postupujeme při určování racionálních (celočíselných) kořenů polynomů s celočíselnými koeficienty. Naznačte důkaz využívané vlastnosti racionálních kořenů. Jak můžeme postup ověřování možných kořenů značně urychlit? Uveďte větu, kterou při tom využíváme.
- 8. Základní věta algebry.** Vyslovte základní větu algebry. Dokažte, co z této věty vyplývá pro počet kořenů polynomu n -tého stupně nad tělesem komplexních čísel. Charakterizujte ireducibilní prvky v $C[x]$ a v $R[x]$.
- 9. Vietovy vzorce. Obor integrity polynomů n neurčitých.** Uveďte Vietovy vzorce pro normovaný polynom stupně 2 a 3 a pro obecný polynom v normální tvaru stupně n . Vysvětlete princip vybudování oboru integrity polynomů více neurčitých. Vysvětlete a na příkladech ilustруйте tyto pojmy: člen polynomu, koeficient polynomu, výška členu polynomu, stupeň členu polynomu, stupeň polynomu, polynom v normálním tvaru, vedoucí člen polynomu.
- 10. Symetrické polynomy.** Co rozumíme provedením permutace na polynom? Definujte symetrický polynom. Uveďte příklad. Objasněte pojem jednoduchý symetrický polynom o n neurčitých a vysvětlete princip zápisu těchto polynomů. Naznačte důkaz toho, že množina všech symetrických polynomů z určitého oboru integrity tvoří opět (pod)obor integrity.
- 11. Hlavní věta o symetrických polynomech.** Co rozumíme pod pojmem elementární symetrické polynomy? Uveďte hlavní větu o symetrických polynomech. Jaký vedoucí člen má polynom, který vznikne vynásobením konečného počtu elementárních symetrických polynomů. Jak můžeme elementární symetrické polynomy využít při vytváření symetrických polynomů? Co to jsou Newtonovy vzorce?