

## Ireducibilní rozklady polynomů v $\mathbf{Z}[x]$

1. Proveďte ireducibilní rozklad v  $Z[x]$  polynomu  $6x^5 + 6x^4 + 6x^2 + 6x + 12$ .
2. Rozhodněte, které z následujících polynomů jsou primitivní, resp. neprimitivní:  $a(x) = 4x^3 - 6x^2 + 4$ ,  $b(x) = -1$ ,  $c(x) = x^3 + x^2 - 1$ ,  $d(x) = 8$ ,  $e(x) = 2$ ,  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 6x - 12$ ,  $g(x) = 3$ ,  $h(x) = 4x^3 + 10x^2 - 6x + 4$ .
3. Dané polynomy vyjádřete ve tvaru  $a \cdot f_0(x)$ , kde  $a \in Q$  a  $f_0(x)$  je primitivní polynom ze  $Z[x]$  :  
a)  $\frac{3}{2}x^5 - \frac{4}{7}x^3 + 9x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ ,      b)  $\frac{5}{2}x^2 + \frac{10}{3}x - \frac{15}{4}x$ ,      c)  $-\frac{3}{4}$ .
4. Proveďte ireducibilní rozklad v  $Z[x]$  polynomu  $12x^2 - 36x + 24$ .
5. Určete největšího společného dělitele následující trojice polynomů ze  $Z[x]$  :  $f_1(x) = 12x^3 - 36x^2 - 156x + 180$ ,  $f_2(x) = 6x^2 - 6$ ,  $f_3(x) = 30x^2 + 60x - 90$ .
6. Užitím Eisensteinova kritéria ireducibility rozhodněte, zda jsou dané polynomy ireducibilní v  $Z[x]$  :  
a)  $x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$ ,      b)  $x^3 - 15x^2 + 45x + 75$ ,      c)  $x^3 - 15x^2 + 45x + 54$ .

---

### Cvičení

- C-1** Určete největšího společného dělitele polynomů  $k(x)$  a  $l(x)$  v  $Z[x]$  :
- a)  $k(x) = 3x^3 - 7x^2 + 7x - 4$ ,  $l(x) = 3x^4 + 6x^2 - 3x + 6$ ,
  - b)  $k(x) = 6x^4 - 6x^3 + 3x - 3$ ,  $l(x) = 3x^4 - 12x^3 + 9x^2 + 3x - 3$ .
- C-2** Rozložte daný polynom v  $Z[x]$  v součin ireducibilních prvků:
- a)  $6x^4 + 3x^3 + 6x^2 - 3x - 3$ ,
  - b)  $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x - 2$ .
- C-3** Nalezněte největšího společného dělitele polynomů v  $Z[x]$  :
- a)  $f(x) = 36x^3 + 6x^2 + 150$ ,  $g(x) = 40x^3 + 10x + 150$ ,
  - b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ ,  $g(x) = 4x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 20x + 24$ .