

3 Shodná zobrazení v rovině

Definice 10. Zobrazení v rovině, které každým dvěma bodům X, Y přiřazuje body X', Y' tak, že

$$|X'Y'| = |XY|$$

se nazývá **shodné zobrazení** v rovině (též *izometrické zobrazení*).

Poznámka. Můžeme též říci, že shodné zobrazení zachovává vzdálenost bodů, tj. pro shodné zobrazení $f : X \rightarrow f(X)$ platí:

$$|f(X)f(Y)| = |XY|.$$

Věta 3. Každé shodné zobrazení je prosté a afinní.

Další vlastnosti shodných zobrazení:

1. Úsečka se zobrazí na úsečku.
2. Polopřímka se zobrazí na polopřímku.
3. Přímka se zobrazí na přímku.
4. Rovnoběžky se zobrazí na rovnoběžky.
5. Úhel se zobrazí na úhel s ním shodný.
6. Polorovina se zobrazí na polorovinu.

PŘÍKLAD 3.1. V euklidovské rovině E_2 je zvolena kartézská soustava souřadnic. Určete, pro které hodnoty čísel a, b existuje shodné zobrazení roviny E_2 do sebe, zobrazující body $[0, 0], [2, 1], [4, a]$ po řadě na body $[1, 2], [3, 1], [5, b]$? Je toto shodné zobrazení určeno jednoznačně?

Z řešení předchozího příkladu vyplývá poznatek, že pro jednoznačné určení shodnosti v rovině nesmí být příslušné trojice bodů kolineární (tj. nesmí ležet v přímce).

Věta 4 (O určení shodného zobrazení v rovině 1). Shodné zobrazení v rovině je jednoznačně určeno libovolnými třemi nekolineárními body X, Y, Z a třemi nekolineárními body X', Y', Z' , které jsou po řadě jejich obrazy.

Poznámka. Již víme, že stejná věta platí pro všechna afinní zobrazení v rovině (viz Věta 2).