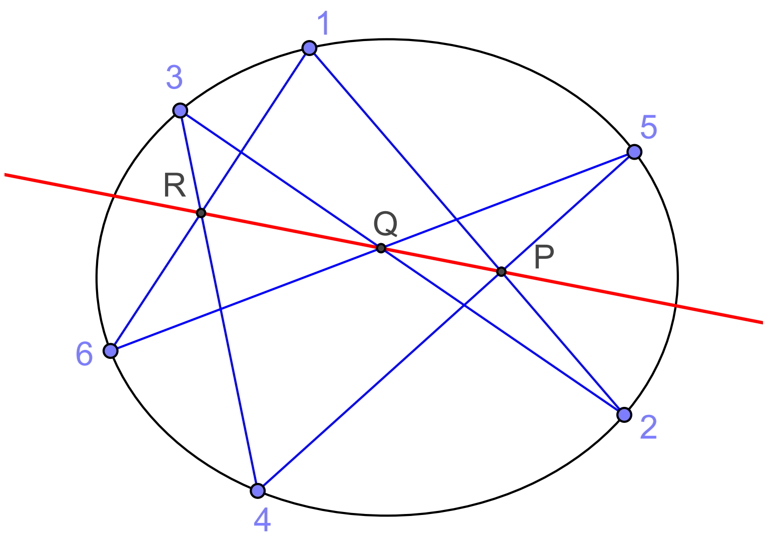
7.3 Pascalova věta

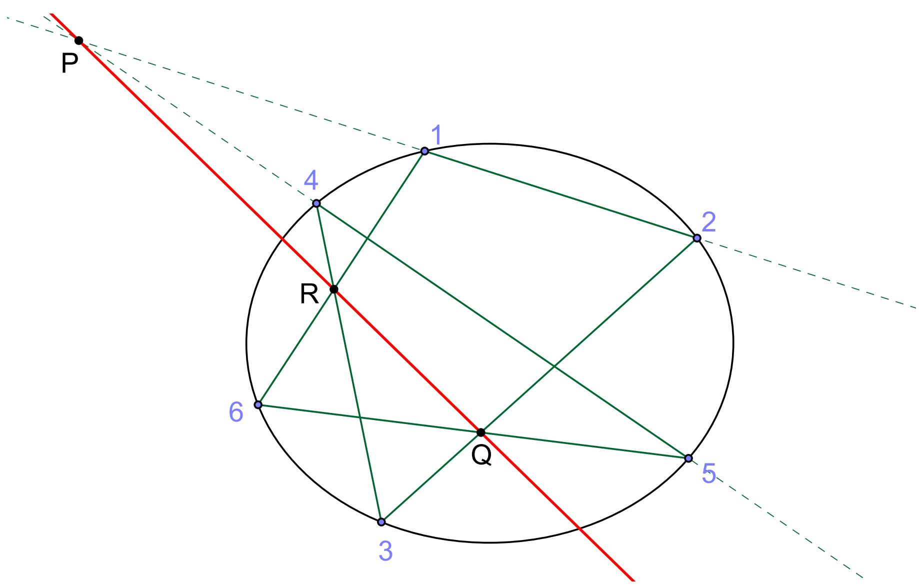
Jak už bylo uvedeno, následující větu formuloval ve svých 16 letech francouzský matematik a filozof *Blaise Pascal*, [2, 6].

Věta 21 (Pascalova věta)**.** *Průsečíky protilehlých stran šestiúhelníku vepsaného kuželosečce jsou tři body ležící na jedné přímce (tzv. Pascalova přímka) a naopak, léží-li průsečíky protilehlých stran šestiúhelníku na jedné přímce, je tento šestiúhelník vepsán kuželosečce.*

Důkaz. Větu zde uvádíme bez důkazu. Důkaz jejího speciálního případu pro šestiúhelník vepsaný kružnici s využitím Menelaovy věty je publikován v [2]. ☐



Obrázek 43: Pascalova věta



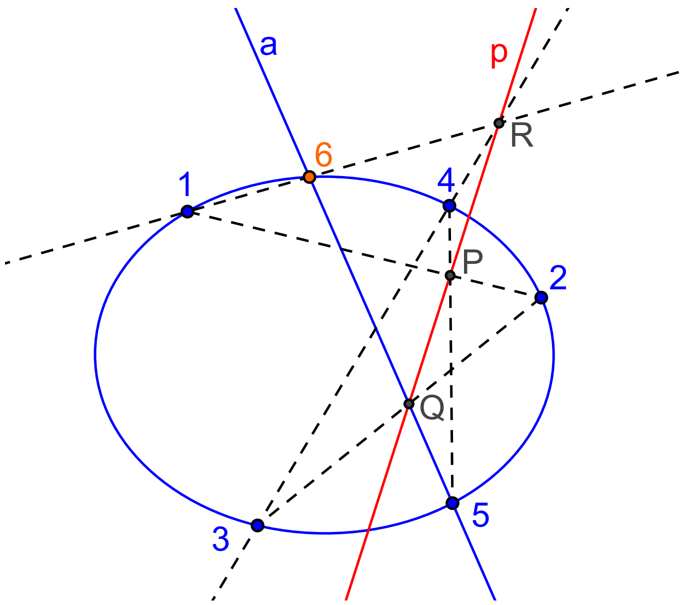
Obrázek 44: Pascalova věta

Poznámka. B. Pascal formuloval výše uvedenou větu pro šestiúhelník vepsaný kružnici. Byl si však vědom její platnosti i pro šestiúhelník vepsaný libovolné kuželosečce, [2].

Pascalovu větu můžeme využít při řešení rozličných konstrukčních úloh. Pro ilustraci zde uvedeme dva příklady, řadu dalších konstrukcí najde zájemce v [6].

PŘÍKLAD 7.1. *Je dáno pět bodů určujících kuželosečku. Jedním z nich prochází přímka. Určete její druhý průsečík s příslušnou kuželosečkou.*

Řešení: Zadání i postup řešení ilustruje Obr. 45. Danými pěti body jsou body $1, 2, 3, 4, 5$. Danou přímkou je přímka a procházející bodem 5. Hledaným průsečíkem je potom bod 6. Konstrukce založená na Pascalově větě (věta 21) je zřejmá. Dané body spolu s hledaným chápeme jako vrcholy šestiúhelníku vepsaného kuželosečce. Z daných prvků jsme schopni sestrojit body P a Q, tj. i Pascalovu přímku p. Jejím průsečíkem R s přímkou 34 potom musí dle Pascalovy věty procházet přímka 16. Bod 6 tedy určíme jako průsečík přímek a a $1R$.



Obrázek 45: Pascalova věta

PŘÍKLAD 7.2. *Kuželosečka v rovině je dána pěti body. Určete další její body.*

Řešení: Několikrát opakujeme konstrukci z řešení příkladu 7.1, pro různě zvolené přímky a.