

Rozbor úlohy 141:

Trojúhelník nelze sestrojít přímo ze zadaných prvků, proto dopočítáme pro konstrukci výhodnější prvky trojúhelníka. Užijeme označení:

$$u = b^2 + c^2 - a^2, \quad (1)$$

$$v = 2bc \quad (2)$$

a dále vztahy

$$(u + v)(v - 2u_a^2) = 2u_a^2 a^2, \quad (3)$$

$$2u + a^2 = 4t_a^2, \quad (4)$$

$$4r^2(v^2 - u^2) = a^2 v^2. \quad (5)$$

Po vyloučení a^2 dostaneme soustavu

$$u(v - 2u_a^2) = 8u_a^2 t_a^2 + 2u_a^2 v - v^2, \quad (6)$$

$$2r^2(v - u)(v + u) = v^2(2t_a^2 - u). \quad (7)$$

Vynásobíme rovnice (13) výrazem $(v + 2u_a^2)^2$, po dosazení za u z rovnice (12) a po krátké úpravě dostáváme pro v^2 rovnici

$$16u_a^2 r^2 (v^2 - 4u_a^2 t_a^2) = v^2 (v^2 - 4u_a^4). \quad (8)$$

Ze vztahu (8) lze vyjádřit v^2 , resp. v a po dosazení do (6) také hodnotu u . Řešením soustavy (1), (2) a např. (4) určíme velikost stran a , b , c trojúhelníka. Úloha 141 se takto převede na úlohu 1.

Konstrukce: Viz úloha 1.

Podmínky řešitelnosti: Viz úloha 1.

Počet řešení: Závisí na počtu kladných řešení a , b , c soustavy (1), (2), (4), a to s ohledem na (14).