

Homogenní a nehomogenní soustavy lineárních rovnic - cvičení 3

Úkol 1: Proveďte úplné řešení daných soustav lineárních rovnic. U každé soustavy určete dimenzi prostoru jejích řešení a bázi (vektorového) prostoru řešení příslušné homogenní soustavy.

$$(a) \quad x + 2y = 0 \quad (b) \quad x + 2y = 3$$
$$\quad \quad \quad \{[-2t, t]\} \quad \quad \quad \{[3 - 2t, t]\}$$

$$(c) \quad x - 3y + 2z = 0 \quad (d) \quad x - 3y + 2z = 3$$
$$\quad \quad \quad \{[3s - 2t, s, t]\} \quad \quad \quad \{[3 + 3s - 2t, s, t]\}$$

$$(e) \quad -x + 2y + z = 0 \quad (f) \quad -x + 2y + z = 7$$
$$\quad \quad \quad x + y + 2z = 0 \quad \quad \quad x + y + 2z = 12$$
$$\quad \quad \quad \{[-t, -t, t]\} \quad \quad \quad \left\{ \left[\frac{17}{3} - t, \frac{19}{3} - t, t \right] \right\}$$

Úkol 2: Řešte soustavy lineárních rovnic, které jsou dány následujícími rozšířenými maticemi. U každé soustavy určete dimenzi prostoru jejích řešení a bázi (vektorového) prostoru řešení příslušné homogenní soustavy.

$$(a) \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 9 & 2 \end{array} \right], \quad (b) \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -3 & -6 & -7 & 7 \\ 2 & 4 & 7 & 0 \end{array} \right], \quad (c) \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 3 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & 1 & -3 \end{array} \right],$$

$$(d) \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 7 \\ 3 & -5 & 4 & 12 \\ 1 & 17 & 4 & -4 \end{array} \right], \quad (e) \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ -3 & -6 & 5 & -10 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right], \quad (f) \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 4 & -5 & 1 \\ 2 & -3 & 5 & -7 & 3 \\ 2 & -2 & 2 & -3 & 7 \\ 3 & -4 & 6 & -10 & 2 \end{array} \right],$$

$$(g) \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -6 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & -2 & -1 \end{array} \right], \quad (h) \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 8 & 7 \\ -3 & 0 & 1 & -7 & 9 \end{array} \right].$$

ŘEŠENÍ: (a) $\{[t, \frac{1}{3} - 2t, t]\}$, (b) $\{[-7 - 2t, t, 2]\}$, (c) $\{[-8, 4 + t, 8 + 2t, 1 + t]\}$, (d) $\{[-3 - 11t, -1 - t, 4 + 7t]\}$, (e) $\{[2 - 2s - 5t, s, 1 + t, 2t]\}$, (f) $\{[2t, -8 + 3t, t, 3]\}$, (g) $\{[1 + 3s - 2t, s, t]\}$, (h) $\{[-5 - 3t, 19 - 4t, -6 - 2t, t]\}$.