

Gram-Schmidtův ortogonalizační proces.

Příklad 1: Určete ortonormální bázi vektorového (pod)prostoru $W = [\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}]$; $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (0, 1, 1)$.

Příklad 2: Určete ortonormální bázi vektorového prostoru $W = [\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}]$; $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (0, 1, 1)$, $\vec{v}_3 = (1, 0, 1)$.

Příklad 3: Určete ortonormální bázi vektorového prostoru $W = [\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}]$; $\vec{v}_1 = (1, 1, -1)$, $\vec{v}_2 = (1, 0, 2)$, $\vec{v}_3 = (2, -2, 3)$.

Příklad 4: Určete ortonormální bázi vektorového prostoru se skalárním součinem: $W = [\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}]$; $\vec{u}_1 = (1, 1, 2, 1)$, $\vec{u}_2 = (0, 1, 1, 1)$, $\vec{u}_3 = (3, 1, 0, 1)$.

Příklad 5: Určete ortonormální bázi vektorového podprostoru $V \subseteq \mathbb{R}^4$, který obsahuje všechny vektory kolmé na vektor $\vec{u} = (1, 2, -1, -3)$.

Příklad 6: Určete ortonormální báze následujících vektorových podprostorů \mathbb{R}^3 :

- Rovina generovaná vektory $(0, 2, 1)$, $(1, -2, -1)$.
- Rovina definovaná rovnicí $2x - y + 3z = 0$.
- Množina všech vektorů kolmých na vektor $(1, -1, -2)$.

Afinní bodový prostor.

Příklad 1: Dokažte, že čtyřúhelník $KLMN$, kde $K = [1, 3]$, $L = [-1, 9]$, $M = [-2, -4]$, $N = [0, -10]$, je rovnoběžník.

Příklad 2: V rovině \mathbb{E}_2 jsou dány body $K = [2, -2]$, $L = [-1, 0]$, $M = [0, 3]$. Určete bod $N \in \mathbb{E}_2$ tak, aby čtyřúhelník $KLMN$ byl rovnoběžník.

Příklad 3: Body $A = [-1, 2]$ a $B = [4, 0]$ jsou dva sousední vrcholy rovnoběžníku v \mathbb{E}_2 , jehož střed je v bodě $S = [2, 2]$. Najděte souřadnice zbývajících dvou vrcholů.

Příklad 4: Body $A = [1, 2]$ a $C = [3, 8]$ jsou protilehlé vrcholy čtverce $ABCD$. Určete souřadnice jeho zbývajících vrcholů B , D .

Příklad 5: Zjistěte, zda body $A = [3, 5, 8]$, $B = [-7, -3, 10]$, $C = [8, 9, 9]$ leží na jedné přímce.

Příklad 6: Dokažte, že body $A = [2, 1, 1]$, $B = [5, 5, 6]$, $C = [6, 11, 14]$, $D = [3, 7, 9]$ jsou vrcholy rovnoběžníka.

Příklad 7: Určete vrcholy trojúhelníka, jsou-li dány středy $A' = [-2, 1]$, $B' = [3, -1]$, $C' = [1, 5]$ jeho stran.