DYNAMICKÁ GEOMETRIE

1. Dokažte, že osy stran (osy úhlů, těžnice, výšky) trojúhelníka se protínají v jednom bodě.

2. Je dán trojúhelník ABC, na jehož stranách BC, CA a AB jsou dány postupně body D, E a F tak, že každý z nich rozděluje odpovídající stranu na dvě části, jejichž délky jsou v poměru t. Jinak řečeno, platí rovnost t=(BCD)=(CAE)=(ABF). Určete množinu středů kružnic opsaných trojůhelníkům DEF při proměnném t.

Úlohy pro samostatné řešení

1. V trojúhelníku ABC označme T těžiště, V průsečík výšek a S střed kružnice trojúhelníku opsané. Máme dokázat, že buď všechny tři body splynou v jediný, nebo jsou navzájem různé a leží na jedné přímce (Eulerova přímka) tak, že platí $(S, V; T) = -\frac{1}{2}$.

2. **(Kružnice devíti bodů, též Feuerbachova či Eulerova kružnice)** V trojúhelníku ABC označme V průsečík výšek, S střed kružnice opsané, C_1, A_1, B_1 středy stran AB, BC, CA. Nechť k_0 je kružnice procházející body A_1, B_1, C_1. Dokažte:
1) Na kružnici k_0 leží též paty A_0, B_0, C_0 výšek v_a, v_b, v_c a středy úseček AV, BV, CV.
2) Střed kružnice k_0 je středem úsečky SV, pokud $S \not\equiv V$; pokud je $S \equiv V$ splyne střed k_0 s bodem S.
3) Poloměr kružnice k_0 je roven polovině poloměru kružnice trojúhelníku opsané.

3D GRAFY

1. Určete objem tělesa vytvořeného rotací rovinného obrazce ohraničeného grafy funkcí $f : y = x^2$, $g : y = 1 - x^2$ kolem osy x. Toto rotační těleso zobrazte.

2. Křivka zvaná šroubovice je dána parametrickým vyjádřením

$$x = r \cos \omega,\ y = r \sin \omega,\ z = v_0 \omega,$$

kde r je poloměr příslušného otáčení, ω je úhel tohoto otáčení a v_0 je parametr šroubového pohybu, tzv. redukovaná výška závitu (posunutí podél osy rotace příslušné otočení o jeden radián).
a) Zvolte si hodnoty r a v_0 a odpovídající šroubovici zobrazte.
b) Zobrazte část šroubové plochy - tj. pásku zvolené šířky

3. Plocha zvaná **Plückerův konoid** je dána rovnicí $z = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$. Zobrazte tuto plochu.

4. Průniková křivka kulové plochy s válcovou plochou, které jsou dány rovnicemi

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4r,\ (x - r)^2 + y^2 = r^2,$$

se nazývá **Vivianiho křivka** nebo též **Vivianiho okno**. Zobrazte příslušnou kulovou a válcovou plochu pro konkrétní hodnotu r. Průnikovou křivku těchto dvou ploch vyjádřete parametricky a zobrazte ve stejném obrázku.

SPHERE
CYLINDER
SUB
APPEND

5. V 3D grafickém okně sestrojte jehlan (kvádr, kužel, ...)

POLYGON_FILL
CONE