

KVADRATICKÉ PLOCHY
a jejich reprezentace v programu Maple

Roman HAŠEK, Pavel PECH

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
2010

Obsah

Předmluva	4
1 Kvadriky jako plochy 2. stupně	9
1.1 Úvod	9
1.2 Základní pojmy	9
1.3 Vzájemná poloha přímky, roviny a kvadriky	13
1.3.1 Vzájemná poloha přímky a kvadriky	13
1.3.2 Vzájemná poloha roviny a kvadriky	14
1.4 Asymptotické směry	16
1.5 Střed, singulární body kvadriky	17
1.5.1 Singulární body	21
1.6 Singulární kvadriky	22
1.7 Tečna a tečná rovina	26
1.8 Rovina sdružená se směrem	29
1.8.1 Polární rovina	29
1.9 Průměrová rovina	32
1.10 Hlavní směry	36
1.11 Transformace soustavy souřadnic v E^3	42
1.12 Uvedení rovnice kvadriky na kanonický tvar	44
1.13 Klasifikace kvadrik	50
2 Popis jednotlivých kvadrik	67
2.1 Elipsoidy	67
2.2 Hyperboloidy	71
2.2.1 Jednodílný hyperboloid	71
2.2.2 Dvojdílný hyperboloid	78
2.3 Paraboloidy	82
2.3.1 Eliptický paraboloid	82
2.3.2 Hyperbolický paraboloid	85
2.4 Válcová plocha	92
2.5 Kuželová plocha	95

3	Užití Maple při řešení kvadrik	101
3.1	Základy práce s programem Maple	101
3.2	3D grafy v Maple	106
3.3	Modely vybraných ploch v Maple	111
3.4	Řešený příklad	115
	Závěr	123
	Výsledky cvičení	125
	Literatura	129
	Rejstřík	130

Předmluva

Cílem publikace, která leží před Vámi, je seznámit Vás se základními vlastnostmi algebraických ploch druhého stupně, kterým se zkráceně říká kvadriky. Knižka navazuje na publikaci "Kuželosečky" od téhož autora.

V Českých Budějovicích

Pavel Pech

Úvod

Křivky a plochy patří k základním objektům, se kterými se v životě setkáváme. Netřeba zdůrazňovat, jakou úlohu hrají kuželosečky. Královnou mezi nimi je kružnice, která má řadu užitečných vlastností, a kterou lidé v praktickém životě velmi používají. Nejinak tomu je i u ostatních kuželoseček – elipsa, parabola či hyperbola mají, díky svým jedinečným vlastnostem, široké použití v praxi, řídí se jimi zákony nebeské mechaniky apod.

Roli obdobnou kružnici hraje v její trojrozměrné analogii plocha kulová. Ostatní kvadratické plochy — elipsoidy, hyperboloidy, paraboloidy, válcová a kuželová plocha — jsou prostorovou analogií kuželoseček. Kvadratické plochy se pro své jedinečné vlastnosti hojně využívají ve stavitelství, architektuře, v průmyslu aj. S dvojdílným rotačním hyperboloidem se setkáváme v systému GPS, který dokáže zjistit přesnou polohu místa na Zemi. Plochy tvaru hyperbolického paraboloidu se využívají k zastřešení objektů, jednodílný rotační hyperboloid se používá u chladicích věží elektráren, rotační paraboloid je základem vysílačů a přijímačů signálů, pro svou vlastnost soustředit paprsky daného směru do jediného bodu apod.

Knížka je určena studentům základního kurzu geometrie na vysokých školách, může rovněž sloužit všem zájemcům o geometrii.

Nejprve jsou systematicky vyloženy vlastnosti ploch druhého stupně. V další části je provedena jejich klasifikace. Na závěr jsou podrobně popsány vlastnosti jednotlivých ploch.

V publikaci jsou použity obrázky vytvořené v programu Maple 13. Informace o tom, jak pracovat s tímto programem, spolu s komentovanými ukázkami zdrojových kódů řešení vybraných příkladů v Maple najde čtenář v závěrečné třetí kapitole. Záměrně je použito rozhraní „Classic Worksheet“, které zachovává svou podobu již od verze Maple V. Ukázky by tedy měly být použitelné i v nižších verzích programu, než je verze 13.

Zdrojové kódy ve formátu MWS ke všem obrázkům a řešeným příkladům jsou součástí CD, na němž je kniha publikována.