Učební texty ke konzultacím předmětu Aritmetika II
pro kombinované studium Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Konzultace první

RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

e-mail: lsamkova@ pf.jcu.cz

webová stránka: home.pf.jcu.cz/∼lsamkova/

Obsah konzultace: Úvod do logiky. Úvod do teorie množin.

Literatura: učebnice pro Gymnázia, např. **Základní poznatky z matematiky**, nakl. Prometheus, a monografie doporučené ve STAGu

Zápočet se uděluje na základě úspěšně napsané písemky.

Úvod do logiky

$\boxed{\mathbf{1}}$ Vyberte výroky a určete jejich pravdivostní hodnotu:

a) Dnes se učím na Aritmetiku.
b) Zítra se budu učit na Aritmetiku.
c) Číslo 13 je sudé.
d) Je číslo 12 sudé?
e) Týden má 7 dní.
f) Některé trojúhelníky jsou pravoúhlé.
g) Některé trojúhelníky nejsou pravoúhlé.
h) $2 + 9 < 10$.
i) $3x + 1 < 10$.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Rozhodněte, zdali se jedná o výrok a jeho negaci:

a) Praha je větší než Brno. x Brno je větší než Praha.
b) Eva je o 3 cm menší než Jana. x Eva není o 3 cm menší než Jana.
c) Poběžíme společně. x Poběžíme každý zvlášť'.
d) Karel a Honza poběží společně. x Karel a Honza poběží každý zvlášť'.
e) Každý čtyřúhelník je čtverec. x Žádný čtyřúhelník není čtverec.
f) Některé čtyřúhelníky jsou čtverce. x Některé čtyřúhelníky nejsou čtverce.
g) Některé čtyřúhelníky jsou čtverce. x Žádný čtyřúhelník není čtverec.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Vytvořte negaci výroku:

a) Některé děti chodí pozdě do školy.
b) Všichni kluci rádi hrají fotbal.
c) Aspoň 4 děti se na dnešek připravovaly.
d) Aspoň 4 děti se na dnešek nepřipravovaly.
e) Jedno dítě je dnes nemocné.
f) Dnes není nikdo nemocný.
g) Nejvyšší žák měří 150 cm.
h) Nejvyšší žák měří aspoň 150 cm.
i) Nejmenší žák měří nejvýše 150 cm.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Vytvořte negaci výroku:

a) Jana přijede v sobotu nebo v neděli.
b) V pondělí a v úterý mám brigádu.
c) Anička jde koupit rohlíky nebo housky.
d) Nemám rád kávu, ale chutná mi černý čaj.
e) Ondra nedokončil práci a odešel domů.
f) Neprší, ale fouká vítr.
g) Prší, ale nefouká vítr.
h) V lednu nebo v únoru pojedeme na hory.
i) V lednu a v únoru pojedeme na hory.
j) Buď v lednu nebo v únoru pojedeme na hory.
k) Buď přijede jen Pavel, nebo nikdo.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Označme

A = Aleš umí bruslit. B = Bořek umí bruslit.

Zapište symbolicky (s využitím A, B, A′, B′, a, nebo, buď nebo, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$) následující výroky:

a) Aleš i Bořek umí bruslit.
b) Aleš nebo Bořek umí bruslit.
c) Aleš umí bruslit, ale Bořek neumí.
d) Aleš ani Bořek neumí bruslit.
e) Bruslit umí jen jeden z nich.
f) Aspoň jeden z nich umí bruslit.
g) Aspoň jeden z nich neumí bruslit.
h) Aleš neumí bruslit nebo Bořek umí bruslit.
i) Jestli umí Bořek bruslit, tak umí i Aleš.
j) Aleš umí bruslit, jestli neumí Bořek.
k) Pokud neumí Aleš bruslit, neumí ani Bořek.
l) Buď oba umí bruslit, nebo oba neumí.

$\boxed{\mathbf{6}}$ Vytvořte negaci výroku:

a) Bude-li pršet, vezmu si deštník.
b) Jestli půjdeš pomalu, přijdeš pozdě.
c) Když nebudu nemocný, pojedu na výlet.
d) Je-li číslo sudé, pak je dělitelné dvěma.
e) Jestli Jana přijede v sobotu, nepřijede v neděli.
f) Jestli si nevezmu deštník, určitě bude pršet.
g) Aleš neumí bruslit, jestli neumí Bořek.
h) Pokud umí Aleš bruslit, umí i Bořek.

$\boxed{\mathbf{7}}$ Rozhodněte, zda se jedná o dvě různé formulace téhož výroku:

a) Jestli bude zítra hezky, pojedeme na výlet. $\stackrel{?}{=}$ Jestli zítra nebude hezky, nepojedeme na výlet.
b) Jestli to zařídil Kamil, tak nepřijdu. $\stackrel{?}{=}$ Jestli přijdu, tak to Kamil nezařídil.
c) Když nebudu nemocný, pojedeme do Prahy. $\stackrel{?}{=}$ Když budu zdravý, pojedeme do Prahy.
d) Když zavoláš včas, půjdeme spolu. $\stackrel{?}{=}$ Když zavoláš pozdě, půjdu sám.
e) Jestliže padá sníh, pojedeme na saních. $\stackrel{?}{=}$ Když nepojedeme na saních, tak nepadá sníh.

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ a) 1; b) ?; c) 0; d) není výrok; e) 1; f) 1; g) 1; h) 0; i) pro $x < 3$ je pravdivostní hodnota 1, pro $x \geqq 3$ je pravdivostní hodnota 0; $\boxed{\mathbf{2}}$ a) není negace (chybí "stejně velké"); b) je negace; c) není negace (co když poběžíme po dvojicích?); d) je negace; e) není negace (dvojice "čtverec + nečtverec" nevyhovuje ani jednomu tvrzení); f) není negace (dvojice "čtverec + nečtverec" vyhovuje oběma tvrzením); g) je negace; $\boxed{\mathbf{3}}$ a) Žádné děti nechodí pozdě do školy. b) Někteří kluci nehrají rádi fotbal. c) Nejvýše 3 děti se na dnešek připravovaly. d) Nejvýše 3 děti se na dnešek nepřipravovaly. e) Dnes buď není nemocný nikdo, nebo jsou nemocné aspoň 2 děti. f) Dnes je někdo nemocný. g) Nejvyšší žák neměří 150 cm. h) Nejvyšší žák měří nejvýše 149 cm. i) Nejmenší žák měří aspoň 151 cm; $\boxed{\mathbf{4}}$ a) Jana nepřijede v sobotu ani v neděli. b) V pondělí nebo v úterý nemám brigádu. c) Anička nejde koupit rohlíky ani housky. d) Mám rád kávu nebo mi nechutná černý čaj. e) Ondra dokončil práci nebo neodešel domů. f) Prší nebo nefouká vítr. g) Neprší nebo fouká vítr. h) V lednu ani v únoru nepojedeme na hory. i) V lednu nebo v únoru nepojedeme na hory. j) Buď pojedeme na hory v lednu i v únoru, nebo na hory v lednu ani v únoru nepojedeme. k) Přijedou všichni kromě Pavla. $\boxed{\mathbf{5}}$ a) A a B; b) A nebo B; c) A a B'; d) A' a B'; e) buď A nebo B; f) A nebo B; g) A' nebo B'; h) A' nebo B; i) $B \Rightarrow A$; j) $B' \Rightarrow A$; k) $A' \Rightarrow B'$; l) $A \Leftrightarrow B$;
$\boxed{\mathbf{6}}$ a) Bude pršet a nevezmu si deštník. b) Půjdeš pomalu, ale nepřijdeš pozdě. c) Nebudu nemocný, ale nepojedu na výlet. d) Číslo je sudé a není dělitelné dvěma. e) Jana přijede v sobotu i v neděli. f) Nevezmu si deštník a nebude pršet. g) Aleš umí a Bořek neumí bruslit. h) Aleš umí a Bořek neumí bruslit; $\boxed{\mathbf{7}}$ a) Ne. b) Ano. c) Ano. d) Ne. e) Ano.

Úvod to teorie množin

$\boxed{\mathbf{1}}$ Vyberte, která z možností $A \subset B$, $B \subset A$, $A = B$ platí:

a) $A = \{2, 5, 8, 11\}$, $B = \{3n - 4;\ n \text{ celé},\ 2 \leqq n \leqq 5\}$.
b) $A = \{\text{první tři trojúhelníková čísla}\}$, $B = \{5, 3, 8, 1, 6\}$.
c) $A = \{n^3;\ n \text{ celé},\ 1 \leqq n \leqq 4\}$, $B = \{\text{první tři krychlová čísla}\}$.
d) $A = \{3n - 2;\ n \text{ celé},\ 1 \leqq n \leqq 6\}$, $B = \{6n + 1;\ n \text{ celé},\ 0 \leqq n \leqq 2\}$.
e) $A = \{5n - 3;\ n \text{ celé},\ 1 \leqq n \leqq 4\}$, $B = \{2, 7, 12, 16\}$.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Nechť $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 9\}$, $C = \{1, 4, 5, 6, 8\}$. Zakreslete si situaci pomocí Vennových diagramů a určete výčtem prvků množiny

a) $A \cup B$
b) $A \cap C$
c) $A \cap B \cap C$
d) $B - C$
e) $C - A$
f) $B \cup C$
g) $A - (B \cup C)$
h) $C - (A \cup B)$
i) $C - (A \cap B)$
j) $(A - B) \cup C$
k) $(B - C) \cap A$

$\boxed{\mathbf{3}}$ Pomocí symbolů A, B, C, $\cup$, $-$, $\cap$ zapište vyšrafované množiny. Obrázky množin najdete na stranách 7 a 8.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Zakreslete pomocí Vennových diagramů následující situace:

a) A má 7 prvků, B má 13 prvků, $A \cap B$ má 4 prvky;
b) A a B mají po 6 prvcích, dohromady je v obou množinách 9 prvků;
c) Pouze v A leží 10 prvků, pouze v B 30 prvků, celkem v obou množinách 60;
d) A má 2 prvky, B má 9 prvků, $A \cup B$ má 9 prvků.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Ve třídě je 34 studentů, kteří si mohli vybrat z nabídky tří sportovních seminářů: atletika, basketbal, cyklistika. Pouze atletiku si vybralo 10 studentů. Na basket, ale ne na cyklistiku chodí 8 studentů. Cyklistiku si zvolilo 12 studentů. Kolik studentů si nevybralo žádný sportovní seminář?

$\boxed{6}$ Studenti 1. ročníku VŠ si v letním semestru mohli vybrat z nabídky tří sportovních výběrových předmětů: atletika, basketbal a cyklistika. Všechny 3 sporty si nevybral nikdo, dva sporty si vybralo 10 studentů, jeden sport má zapsáno 12 studentů, 6 studentů si nevybralo žádný sportovní seminář. Basket a cyklistiku si vybralo 5 studentů, atletiku a basket mají 3 studenti. Atletiku má celkem 9 studentů, atletiku nebo cyklistiku má zapsáno 21 studentů. Kolik je celkem studentů v 1. ročníku? Kolik studentů má zapsáno pouze cyklistiku?

$\boxed{7}$ Zjistěte, zdali je možné množinu C zapsat jako kartézský součin. Pokud to není možné, na kartézský součin ji doplňte:

a) C= { [1,2], [1,4], [3,4] };
b) C={ [2,7], [7,2] };
c) C={ [1,5], [1,8] };
d) C= { [1,1], [2,2], [3,3] };
e) C= { [0,7], [2,9], [3,7], [0,9], [3,9], [2,7] };
f) C= { [2,9], [0,7], [2,7], [6,9] }.

$\boxed{8}$ Najděte ekvivalentní zobrazení mezi množinami A, B (stačí jedno). Kolik takových zobrazení existuje?

a) $A = \{1, 6\}$, $B = \{3, 5\}$
b) $A = \{2, 4, 6, 8, ..., 22\}$, $B = \{3, 5, 7, 9, ..., 23\}$
c) $A = \{5, 9, 13, 17, 21, ...\}$, $B = \{1, 8, 15, 22, 29, ...\}$
d) $A = \{1, 3, 5, 7, 9, ...\}$, $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, ...\}$

$\boxed{9}$ Najděte ekvivalentní zobrazení mezi množinami A, B. Najděte v množině B obraz čísla $58 \in A$. Najděte v množině A obraz čísla $72 \in B$.

a) $A = \{2, 6, 10, 14, 18, ...\}$, $B = \{2, 9, 16, 23, 30, ...\}$
b) $A = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, ...\}$, $B = \{13, 26, 39, 52, ...\}$
c) $A = \mathbb{N}$, B je množina všech sudých čísel
d) $A = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, $B = \{2, 12, 22, 32, 42, ...\}$

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ a) $A = B$; b) $A \subset B$; c) $B \subset A$; d) $B \subset A$; e) žádná z uvedených možností; $\boxed{\mathbf{2}}$ a) $\{1, 2, 3, 4, 5\ 6, 7, 9\}$; b) $\{1, 4, 5\}$; c) $\{1, 4\}$; d) $\{3, 9\}$; e) $\{6, 8\}$; f) $\{1, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$; g) $\{2, 7\}$; h) $\{8\}$; i) $\{5, 6, 8\}$; j) $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$; k) $\{3\}$; $\boxed{\mathbf{3}}$ a) $A \cap B$; b) B; c) $A \cup B$; d) $A - B$; e) $B - C$; f) $A \cap C$; g) $A - B$; h) $B \cup C$; i) $(B \cup C) - A$; j) $B \cup (C - A)$; k) $A \cap B \cap C$; l) $A - B - C = A - (B \cup C)$; m) $C \cap (A \cup B)$; n) $(A \cap C) - B$; o) $C - (A \cap B \cap C) = C - (A \cap B)$; p) $(A - B - C) \cup (B - C - A) \cup (C - A - B)$; $\boxed{\mathbf{4}}$ Obrázky najdete na stranách 11 a 12.

$\boxed{\mathbf{5}}$ 4; $\boxed{\mathbf{6}}$ 28; 7; $\boxed{\mathbf{7}}$ a) není, $C \subset \{1, 3\} \times \{2, 4\} = \{[1, 2], [1, 4], [3, 2], [3, 4]\}$; b) není, $C \subset \{2, 7\} \times \{2, 7\} = \{[2, 2], [2, 7], [7, 2], [7, 7]\}$; c) je, $C = \{1\} \times \{5, 8\}$; d) není, $C \subset \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\} = \{[1, 1], [1, 2], [1, 3], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 1], [3, 2], [3, 3]\}$; e) je; $C = \{0, 2, 3\} \times \{7, 9\}$; f) není, $C \subset \{0, 2, 6\} \times \{7, 9\} = \{[0, 7], [0, 9], [2, 7], [2, 9], [6, 7], [6, 9]\}$; $\boxed{\mathbf{8}}$ a) ekvivalentní zobrazení jsou celkem dvě: $\{[1, 3], [6, 5]\}$ a $\{[1, 5], [6, 3]\}$; b) ekvivalentních zobrazení je $11! = 39916800$, například $\{[2n, 2n + 1];\ n \in \mathbb{N},\ n \leqq 11\}$; c) nekonečně mnoho ekvivalentních zobrazení, například $\{[4n + 1, 7n - 6]; n \in \mathbb{N}\}$; d) nekonečně mnoho ekvivalentních zobrazení, například $\{[2n - 1, n^2]; n \in \mathbb{N}\}$; $\boxed{\mathbf{9}}$ a) ekvivalentní zobrazení je například $\{[4n - 2, 7n - 5];\ n \in \mathbb{N}\}$, obrazem čísla $58 \in A$ je číslo $100 \in B$, obrazem čísla $72 \in B$ je číslo $42 \in A$; b) ekvivalentní zobrazení je například $\{[3n - 2, 13n];\ n \in \mathbb{N}\}$, obrazem čísla $58 \in A$ je číslo $260 \in B$, číslo 72 neleží v množině B (nemá tedy ani žádný obraz v množině A); c) ekvivalentní zobrazení je například $\{[n, 2n];\ n \in \mathbb{N}\}$, obrazem čísla $58 \in A$ je číslo $116 \in B$, obrazem čísla $72 \in B$ je číslo $36 \in A$; d) ekvivalentní zobrazení je například $\{[3n, 10n - 8];\ n \in \mathbb{N}\}$, číslo 58 neleží v množině A (nemá tedy ani žádný obraz v množině B), obrazem čísla $72 \in B$ je číslo $24 \in A$.