10. cvičení

$\boxed{1}$ Zjistěte, zdali je možné množinu C zapsat jako kartézský součin. Pokud to není možné, na kartézský součin ji doplňte:

a) C= { [1,2], [1,4], [3,4] };
b) C={ [2,7], [7,2] };
c) C={ [1,5], [1,8] };
d) C= { [1,1], [2,2], [3,3] };
e) C= { [0,7], [2,9], [3,7], [0,9], [3,9], [2,7] };
f) C= { [2,9], [0,7], [2,7], [6,9] }.

$\boxed{2}$ Najděte ekvivalentní zobrazení mezi množinami A, B (stačí jedno). Kolik takových zobrazení existuje?

a) $A = \{1, 6\}$, $B = \{3, 5\}$
b) $A = \{2, 4, 6, 8, ..., 22\}$, $B = \{3, 5, 7, 9, ..., 23\}$
c) $A = \{5, 9, 13, 17, 21, ...\}$, $B = \{1, 8, 15, 22, 29, ...\}$
d) $A = \{1, 3, 5, 7, 9, ...\}$, $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, ...\}$

$\boxed{3}$ Najděte ekvivalentní zobrazení mezi množinami A, B. Najděte v množině B obraz čísla $58 \in A$. Najděte v množině A obraz čísla $72 \in B$.

a) $A = \{2, 6, 10, 14, 18, ...\}$, $B = \{2, 9, 16, 23, 30, ...\}$
b) $A = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, ...\}$, $B = \{13, 26, 39, 52, ...\}$
c) $A = \mathbb{N}$, B je množina všech sudých čísel
d) $A = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, $B = \{2, 12, 22, 32, 42, ...\}$

Výsledky: $\boxed{1}$ a) není, $C \subset \{1, 3\} \times \{2, 4\} = \{[1, 2], [1, 4], [3, 2], [3, 4]\}$; b) není, $C \subset \{2, 7\} \times \{2, 7\} = \{[2, 2], [2, 7], [7, 2], [7, 7]\}$; c) je, $C = \{1\} \times \{5, 8\}$; d) není, $C \subset \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\} = \{[1, 1], [1, 2], [1, 3], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 1], [3, 2], [3, 3]\}$; e) je; $C = \{0, 2, 3\} \times \{7, 9\}$; f) není, $C \subset \{0, 2, 6\} \times \{7, 9\} = \{[0, 7], [0, 9], [2, 7], [2, 9], [6, 7], [6, 9]\}$; $\boxed{2}$ a) ekvivalentní zobrazení jsou celkem dvě: $\{[1, 3], [6, 5]\}$ a $\{[1, 5], [6, 3]\}$; b) ekvivalentních zobrazení je $11! = 39916800$, například $\{[2n, 2n + 1];\ n \in \mathbb{N},\ n \leqq 11\}$; c) nekonečně mnoho ekvivalentních zobrazení, například $\{[4n + 1, 7n - 6]; n \in \mathbb{N}\}$; d) nekonečně mnoho ekvivalentních zobrazení, například $\{[2n - 1, n^2]; n \in \mathbb{N}\}$;
$\boxed{3}$ a) ekvivalentní zobrazení je například $\{[4n - 2, 7n - 5];\ n \in \mathbb{N}\}$, obrazem čísla $58 \in A$ je číslo $100 \in B$, obrazem čísla $72 \in B$ je číslo $42 \in A$; b) ekvivalentní zobrazení je například $\{[3n-2, 13n];\ n \in \mathbb{N}\}$, obrazem čísla $58 \in A$ je číslo $260 \in B$, číslo 72 neleží v množině B (nemá tedy ani žádný obraz v množině A); c) ekvivalentní zobrazení je například $\{[n, 2n];\ n \in \mathbb{N}\}$, obrazem čísla $58 \in A$ je číslo $116 \in B$, obrazem čísla $72 \in B$ je číslo $36 \in A$; d) ekvivalentní zobrazení je například $\{[3n, 10n - 8];\ n \in \mathbb{N}\}$, číslo 58 neleží v množině A (nemá tedy ani žádný obraz v množině B), obrazem čísla $72 \in B$ je číslo $24 \in A$.